

## FUSIÓN MULTISENSORIAL ROBUSTA PARA VEHÍCULOS URBANOS: COMPARATIVA EXPERIMENTAL ENTRE EL FILTRO DE KALMAN CONTINUO Y EL OBSERVADOR SUPER-TWISTING

A.E. Rodríguez-Mata<sup>1</sup>, O. Beltrán-Gómez<sup>1</sup>, J.A. Medrano- Hermosillo<sup>1</sup>, V.A. Gonzalez-Huitron<sup>2</sup>, I. Robledo-Vega<sup>1</sup>,  
y P.R. Acosta-Cano de los Rios<sup>1</sup>

<sup>1</sup>TecNM / I.T. Chihuahua

<sup>2</sup>TecNM / I.T. Querétaro

\*Autor correspondiente: oscar.bg@chihuahua.tecnm.mx

### RESUMEN.

La creciente densidad y complejidad del tráfico urbano exige técnicas de estimación de estado que mantengan alta precisión aún bajo ruido no gaussiano, oclusiones y dinámicas no lineales. Este trabajo presenta una evaluación rigurosa, tanto analítica como numérica, de dos observadores representativos: el Kalman Filter (KF) en tiempo continuo—óptimo bajo supuestos estocásticos gaussianos—y el Observador Super-Twisting (STO) multivariable—basado en modos deslizantes de segundo orden y con convergencia en tiempo finito. Sobre la base de un modelo vehicular polar linealizado de cuatro estados y tres salidas, se diseñan ambos estimadores y se demuestra su estabilidad mediante funciones de Lyapunov. A continuación, se desarrolla una campaña de simulación en MATLAB para el vehículo conceptual “AutoX-3000”, donde se introducen perturbaciones senoidales, ruido blanco gaussiano y picos impulsivos. Las métricas integrales ISE, IAE e ITAE revelan reducciones del 97%–99% a favor del STO respecto al FK, mientras que la señal estimada presenta errores estacionarios dos órdenes de magnitud menores. Los resultados confirman que, en contextos con ruido mixto y alta no linealidad, el STO ofrece mayor robustez y rapidez de convergencia, constituyéndose en una alternativa sólida para arquitecturas de fusión sensorial urbana.

Palabras Clave: Kalman, Observador Super-Twisting, Fusión Multisensorial.

### ABSTRACT.

High-density urban traffic demands state-estimation techniques that remain accurate under non-Gaussian noise, sensor outages and nonlinear vehicle dynamics. This paper provides a rigorous analytical and numerical assessment of two representative observers: the continuous-time Kalman Filter (KF)—statistically optimal for Gaussian disturbances—and the multivariable Super-Twisting Observer (STO)—a second-order sliding-mode scheme with finite-time convergence. Starting from a four-state, three-output polar vehicle model, both estimators are designed and their stability is proven through Lyapunov functions. A comprehensive MATLAB simulation campaign is then carried out for the conceptual “AutoX-3000” car, introducing sinusoidal perturbations, white Gaussian noise and impulsive spikes. Integral performance indices (ISE, IAE, ITAE) show 97 %–99 % reductions in favour of STO, while its steady-state error is two orders of magnitude lower than that of the KF. The findings demonstrate that, under mixed noise and mild nonlinearities,

STO delivers superior robustness and faster convergence, making it a compelling choice based urban sensor-fusion architectures.

Keywords: Kalman, Observador Super-Twisting, Fusión Multisensorial.

### 1. INTRODUCCIÓN

La conducción autónoma ha surgido en décadas recientes como una estrategia para abordar los retos en movilidad urbana, seguridad vial y sostenibilidad del transporte, demandando una precisión excepcional en la estimación y supervisión del estado vehicular [1, 2]. El contexto urbano, distinguido por dinámicas intrincadas, condiciones meteorológicas fluctuantes y una considerable densidad de obstáculos tanto móviles como inmóviles, impone limitaciones significativas sobre los sistemas convencionales de estimación y percepción sensorial [3, 4]. Históricamente, el Filtro de Kalman (KF) ha ocupado una posición preponderante, atribuible a su habilidad para estimar de manera eficaz la posición, velocidad y orientación del vehículo a partir de diversas fuentes sensoriales, incluyendo GPS, IMU, radar y cámaras [5, 6].

El KF, junto con sus variantes extendidas (EKF), han evidenciado una eficacia significativa en contextos caracterizados por condiciones de linealidad moderada y ruido gaussiano [7, 8]. Este enfoque facilita la integración en tiempo real de datos heterogéneos, proporcionando soluciones ágiles y exactas en contextos controlados o relativamente predecibles [9]. Sin embargo, múltiples investigaciones han revelado restricciones notables del KF al abordar situaciones reales caracterizadas por intensas no linealidades, ruido no gaussiano y alteraciones abruptas en la dinámica del vehículo, condiciones características de contextos urbanos congestionados [10, 11]. Específicamente, la precisión del KF experimenta una disminución significativa bajo condiciones desfavorables, como movimientos abruptos para eludir obstáculos, maniobras imprevistas de peatones u otros vehículos, y la degradación de señales emitidas por sensores afectados por factores exógenos como estructuras arquitectónicas o eventos meteorológicos desfavorables [12, 13]. En este trabajo se ha decidido utilizar la versión continua y básica del Kalman Filter (KF) como referencia principal frente al Observador Super-

Twisting (STO). Esta elección no es arbitraria: el FK en su forma estándar continúa siendo la técnica más implementada y estandarizada en la industria automotriz y en aplicaciones de fusión multisensorial en entornos urbanos, debido a su simplicidad, bajo costo computacional y robustez aceptable bajo supuestos lineales y gaussianos. Si bien variantes más avanzadas como el EKF o el UKF ofrecen un tratamiento más general de la no linealidad, su desempeño práctico depende fuertemente de la linealización local o de la selección de puntos sigma, lo cual introduce nuevas fuentes de incertidumbre y un costo computacional significativamente mayor. En este sentido, la comparación directa con el FK básico no busca desestimar los enfoques extendidos, sino resaltar las ventajas inherentes del STO frente al estimador probabilístico más utilizado en la práctica industrial contemporánea [20-24].

En el marco actual, el Observador Super-Twisting (STO) ha emergido como una opción sólida en comparación con el KF convencional. Fundamentado en la teoría de modos deslizantes, el STO tiene la capacidad de abordar de manera efectiva perturbaciones externas significativas, ruido de medición y no linealidades intrínsecas a la dinámica vehicular en contextos urbanos [14, 15]. Contrariamente al KF, el STO proporciona beneficios significativos en lo que respecta a la velocidad de convergencia y robustez en contraposición a la incertidumbre del modelo y a los errores en la medición sensorial, atributos esenciales para garantizar un control estable y seguro en contextos de alta complejidad [16, 17]. Investigaciones contemporáneas han evidenciado la preeminencia del STO en aplicaciones que requieren estimaciones ágiles y exactas en condiciones de ruido no gaussiano y dinámicas vehiculares fluctuantes, aportando hallazgos prometedores en lo que respecta a la precisión de localización y la estabilidad del control vehicular [18, 19].

Este estudio tiene como objetivo llevar a cabo un análisis meticuloso y comparativo entre el conocido Filtro de Kalman y el emergente Observador Super-Twisting, enfocándose particularmente en la fusión sensorial para vehículos autónomos en contextos urbanos complejos. El propósito primordial radica en evaluar la exactitud, robustez y eficacia computacional de ambas técnicas bajo condiciones de operación desfavorables, proporcionando así datos cruciales para la elección del método más apropiado en contextos prácticos.

Esta propuesta aporta de manera significativa al progreso tecnológico en la conducción autónoma urbana y proporciona soluciones concretas para los retos contemporáneos del transporte inteligente y seguro.

## 2. MODELO MATEMÁTICO Y PROBLEMÁTICA

El sistema vehicular autónomo enfrenta a múltiples desafíos técnicos, entre ellos la exactitud en la estimación del estado vehicular bajo condiciones adversas, tales como ruido no

gaussiano, cambios abruptos en la dinámica y perturbaciones externas provenientes del entorno [1, 2]. La localización y percepción precisa del entorno es crítica, dependiendo de múltiples sensores como GPS, radar y cámaras, cada uno con características y problemas específicos que afectan la calidad y precisión de la información obtenida [3].

El sistema GPS, por otro lado, aunque ampliamente utilizado, enfrenta problemas significativos en entornos urbanos densos debido a la obstrucción o reflexión de señales por edificios altos o estructuras metálicas. Estos fenómenos causan errores considerables en la localización, típicamente manifestados como ruido no gaussiano y pérdidas temporales de señal [3, 12].

El radar presenta robustez ante condiciones meteorológicas adversas como lluvia, niebla o polvo, ofreciendo mediciones confiables de distancia y velocidad relativa. No obstante, posee limitaciones notables en la resolución angular y puede generar ambigüedades en la identificación precisa de objetos cercanos entre sí, especialmente en contextos urbanos congestionados [4, 9].

La visión artificial mediante cámaras proporciona información visual detallada para la identificación y clasificación de objetos. Sin embargo, su eficacia disminuye considerablemente en presencia de baja iluminación, sombras o condiciones atmosféricas adversas [5, 13].

### 2.1. Modelo en Sistema de coordenadas polares.

Se modela el vehículo en un plano horizontal mediante coordenadas polares ( $r, \theta$ ) respecto a un origen fijo, típicamente el centro de un mapa local urbano. Estas coordenadas permiten una descripción natural del desplazamiento en trayectorias curvas, con las siguientes definiciones y unidades (Tabla 1):

| Símbolo                 | Descripción                                   | Unidad (SI)             |
|-------------------------|-----------------------------------------------|-------------------------|
| $r$                     | Distancia radial al origen                    | m                       |
| $\theta$                | Ángulo o rumbo absoluto respecto al eje $x$   | rad                     |
| $v_r = \dot{r}$         | Velocidad radial                              | $\text{m s}^{-1}$       |
| $\omega = \dot{\theta}$ | Velocidad angular (guiñada)                   | $\text{rad s}^{-1}$     |
| $m$                     | Masa total del vehículo                       | kg                      |
| $I_z$                   | Momento de inercia respecto al eje vertical   | $\text{kg m}^2$         |
| $\beta$                 | Coefficiente de fricción viscosa traslacional | $\text{N s m}^{-1}$     |
| $\gamma$                | Coefficiente de fricción viscosa rotacional   | $\text{N m s rad}^{-1}$ |
| $F_r$                   | Fuerza neta longitudinal aplicada             | N                       |
| $\tau$                  | Par de guiñada aplicado al chasis             | N m                     |

Tabla 1: Variables y parámetros principales del modelo.

**2.2. Dinámica no lineal (Euler--Lagrange).**

La posición cartesiana del vehículo se relaciona con las coordenadas polares mediante:

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta.$$

Derivando temporalmente, las velocidades son:

$$\dot{x} = \dot{r} \cos \theta - r \dot{\theta} \sin \theta, \quad \dot{y} = \dot{r} \sin \theta + r \dot{\theta} \cos \theta.$$

La energía cinética total se expresa como:

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2).$$

Asumiendo desplazamiento en plano horizontal, la energía potencial se desprecia:

$$V = 0.$$

Por tanto, la Lagrangiana es:

$$L = T - V = T.$$

Considerando fuerzas disipativas proporcionales a la velocidad y al par, además de las fuerzas de control externas, la dinámica del vehículo está dada por las ecuaciones de Euler--Lagrange:

$$m \ddot{r} - m r \dot{\theta}^2 = F_r - \beta \dot{r}$$

$$I_z \ddot{\theta} + 2 m r \dot{r} \dot{\theta} = \tau - \gamma \dot{\theta}.$$

Aquí:

- $F_r$  representa la fuerza neta longitudinal aplicada (tracción menos resistencias).
- $\tau$  es el par aplicado para el control del giro (guiñada).
- $\beta$  y  $\gamma$  gamma son coeficientes de fricción viscosa en traslación y rotación, respectivamente.
- $m$  y  $I_z$  son masa e inercia del vehículo.

Las ecuaciones (6) y (7) muestran que la aceleración radial está afectada por la fuerza centrífuga  $m r \dot{\theta}^2$  y la rotación angular está acoplada con la velocidad radial por el término  $2 m r \dot{r} \dot{\theta}$ .

**2.3. Modelo en el espacio no lineal.**

Definiendo el vector de estado y entradas:

$$x(t) = \begin{bmatrix} r(t) \\ v_r(t) \\ \theta(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = \begin{bmatrix} F_r(t) \\ \tau(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

donde  $v_r = \dot{r}$ ,  $\omega = \dot{\theta}$ .

Entonces, el sistema dinámico queda expresado como:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -\frac{\beta}{m} x_2 - x_1 x_4^2 + \frac{1}{m} u_1, \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = -\frac{\gamma}{I_z} x_4 - \frac{2}{I_z} x_1 x_2 x_4 + \frac{1}{I_z} u_2. \end{cases} \quad (9)$$

Este sistema es altamente no lineal, con acoplamientos entre dinámica radial y angular, fundamental para modelar correctamente maniobras urbanas con curvas y aceleraciones variables.

**2.4. Puntos de Equilibrio**

Para análisis de estabilidad y diseño de observadores, se linealiza el sistema alrededor del punto de equilibrio:

$$x^* = \begin{bmatrix} r_0 \\ 0 \\ \theta_0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

donde el vehículo se desplaza a velocidad constante sin giro, y el radio de referencia  $r_0 > 0$ .

**2.5. Linealización del Sistema.**

Definiendo las desviaciones respecto al equilibrio como:

$$x^* = [r_0 \ 0 \ \theta_0 \ 0], \quad u^* = [0 \ 0],$$

(11)

se calcula la matriz jacobiana evaluada en  $x^*$ , resultando en la forma matricial lineal:

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\beta}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\gamma}{I_z} \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_z} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Este sistema lineal aproxima la dinámica localmente, eliminando los términos no lineales de acoplamiento presentes en el modelo original, debido a que las velocidades angulares y radiales son nulas en el punto de equilibrio.

**2.6. Variables de Salida**

Los sensores proveen las siguientes mediciones relevantes:

$$y(t) = \begin{bmatrix} r(t) \\ \theta(t) \\ v_r(t) \end{bmatrix} = C_c z(t), \quad (13)$$

con matriz de observación

$$C_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

y matriz de transmisión de entrada a salida nula,

$$D_c = 0_{3 \times 2}. \quad (15)$$

### 3. DISEÑO DEL FILTRO KALMAN Y OBSERVADOR SUPER-TWISTING PARA LA FUNCIÓN MULTIVARIABLE EN EL TIEMPO CONTINUO

En esta sección se desarrolla el diseño y análisis de dos estrategias de estimación de estado para sistemas multivariantes en tiempo continuo, fundamentados en el modelo linealizado del sistema vehicular anterior. Finalmente, el modelo lineal en forma estándar queda:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = A_c z(t) + B_c v(t), \\ y(t) = C_c z(t). \end{cases} \quad (16)$$

Este modelo linealizado mantiene la coherencia dimensional y es la base para el diseño de observadores como el Filtro de Kalman extendido, bajo supuestos de ruido gaussiano, y para observadores robustos tipo Super-Twisting que manejan ruido no gaussiano y perturbaciones externas.

Donde  $z(t) \in \mathbb{R}^n$  representa el vector de estados,  $v(t) \in \mathbb{R}^m$  la entrada de control y perturbaciones, y  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  el vector de salidas medidas (multisalida).

#### 3.1. Filtro de Kalman Continuo Multivariable.

El Kalman Filter (KF) en tiempo continuo es un estimador lineal óptimo bajo supuestos de ruido blanco gaussiano en el proceso y la medición. Su dinámica de estimación es:

$$\dot{\hat{z}}(t) = A_c \hat{z}(t) + B_c v(t) + L(t)(y(t) - C_c \hat{z}(t)), \quad (17)$$

donde  $\hat{z}(t)$  es la estimación del estado y  $L(t) \in \mathbb{R}^{n \times p}$  es la ganancia del observador calculada en tiempo real.

La ganancia  $L(t)$  se obtiene resolviendo la ecuación de Riccati continua:

$$\dot{P}(t) = A_c P + P A_c^T - P C_c^T R^{-1} C_c P + Q, \quad (18)$$

con

$$L(t) = P C_c^T R^{-1}, \quad (19)$$

donde  $P(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz de covarianza del error,  $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$  y  $R \in \mathbb{R}^{p \times p}$  son las matrices de covarianza del ruido de proceso y de medición, respectivamente.

La matriz  $R$  pondera la confianza relativa en cada sensor, permitiendo la fusión óptima de mediciones multivariantes. Ahora, sea el error de estimación del filtro de Kalman continuo

$$\tilde{z}(t) = z(t) - \hat{z}(t), \quad (20)$$

cuya dinámica —despreciando, para la prueba, el ruido de proceso— viene dada por

$$\dot{\tilde{z}}(t) = (A_c - L(t)C_c) \tilde{z}(t), \quad L(t) = P(t)C_c^T R^{-1}, \quad (21)$$

donde  $P(t)$  es la solución de la ecuación de Riccati continua

$$\dot{P} = A_c P + P A_c^T - P C_c^T R^{-1} C_c P + Q, \quad P(0) = P_0 > 0. \quad (22)$$

Las matrices  $Q = Q^T > 0$  y  $R = R^T > 0$  son las covarianzas de ruido de proceso y medición, respectivamente.

Considérese

$$V(\tilde{z}) = \tilde{z}^T P^{-1} \tilde{z}, \quad (23)$$

donde  $P^{-1}(t)$  existe y es positiva definida porque  $P(t) > 0$  para todo  $t \geq 0$ . Por construcción,  $V(\tilde{z}) > 0$  si  $\tilde{z} \neq 0$  y  $V(0) = 0$ .

Derivando (23) y usando (21)

$$\dot{V} = \tilde{z}^T (P^{-1} (A_c - L C_c) + (A_c - L C_c)^{-T} P^{-1} + P^{-1} - \dot{P}^{-1}) \tilde{z} \quad (24)$$

Cálculo de  $\dot{P}^{-1}$ .

Como  $P^{-1}P = I$ , al derivar se obtiene

$$\dot{P}^{-1} = -P^{-1} \dot{P} P^{-1}, \quad (25)$$

sustituyendo  $\dot{P}$  desde (22) y recordando  $L = P C_c^T R^{-1}$ :

$$\dot{P}^{-1} = -P^{-1} (A_c P + P A_c^T - P C_c^T R^{-1} C_c P + Q) P^{-1}. \quad (26)$$

Tras una serie de cancelaciones directas<sup>1</sup> se obtiene

$$\dot{V} = -\tilde{z}^T (P^{-1} Q P^{-1} + C_c R^{-1} C_c) \tilde{z} \quad (27)$$

Ambas matrices bajo el signo menos son positivas definidas:

$$P^{-1}QP^{-1} > 0, \quad C_c^T R^{-1} C_c > 0, \quad (28)$$

porque  $Q > 0$ ,  $R^{-1} > 0$  y  $C_c$  tiene rango de observabilidad. Por lo tanto,

$$\dot{V}(\tilde{z}) = -\tilde{z}^T H \tilde{z} < 0, \quad H := P^{-1}QP^{-1} + C_c^T R^{-1} C_c > 0, \quad (29)$$

para todo  $\tilde{z} \neq 0$ .

La función  $V(\tilde{z})$  (23) es positivamente definida y su derivada  $\dot{V}$  es estrictamente negativa fuera del origen. Por el Teorema de Lyapunov se concluye que el error de estimación  $\tilde{z}(t)$  converge asintóticamente a cero; esto prueba la estabilidad global del filtro de Kalman continuo para el sistema (16) bajo las hipótesis habituales ( $Q > 0$ ,  $R > 0$ ,  $P_0 > 0$ ).

### 3.2. Observador Super-Twisting Multivariable

El Observador Super-Twisting (STO) multivariable es una estrategia no lineal robusta, que extiende la teoría de modos deslizantes para sistemas con múltiples salidas. Sea el error vectorial de salida:

$$e(t) = y(t) - C_c \hat{z}(t) \in R^p, \quad (30)$$

definido para cada instante  $t$ .

La ley de observación del STO en tiempo continuo se expresa como

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}(t) = & A_c \hat{z}(t) + B_c v(t) + \Lambda_1 |e(t)|^{1/2} \circ \text{sgn}(e(t)) \\ & + \Lambda_2 \text{sgn}(e(t)), \end{aligned} \quad (31)$$

donde:

- $\circ$  es la multiplicación elemento a elemento.
- $\text{sgn}(\cdot)$  es la función signo vectorial aplicada componente a componente.
- $\Lambda_1, \Lambda_2 \in R^{n \times p}$  son matrices de ganancia positivas ajustables que controlan la velocidad y robustez del observador.

Esta estructura permite superar las limitaciones del FK en presencia de ruido no gaussiano, perturbaciones abruptas y errores de modelado.

Por lo que, sea el error de salida

$$e(t) = y(t) - C_c \hat{z}(t) \in R^p, \quad (32)$$

y defínase la ley Super-Twisting (STO) continua empleada:

$$\dot{\hat{z}} = A_c \hat{z} + B_c v + \Lambda_1 |e|^{1/2} \circ \text{sgn}(e) + \Lambda_2 \text{sgn}(e),$$

con matrices de ganancias  $\Lambda_1, \Lambda_2 \in R^{n \times p}$  diagonal-positivas y  $\circ$  el producto elemento-a-elemento.

Denótese  $\tilde{z} = z - \hat{z}$  el error de estado; entonces

$$e = C_c \tilde{z} \quad (34)$$

y, derivando,

$$\dot{e} = C_c \dot{\tilde{z}} = C_c \left( A_c \tilde{z} - \Lambda_1 |e|^{1/2} \text{sgn}(e) - \Lambda_2 \text{sgn}(e) \right) + C_c \Delta(t), \quad (35)$$

donde

$$\Delta(t) = d(t) \quad (36)$$

agrupa perturbaciones emparejadas y se asume acotada

$$\|\Delta(t)\| \leq d_{\max}. \quad (37)$$

sea

$$\eta(t) = \dot{e} + \Lambda_1 |e|^{1/2} \text{sgn}(e), \quad (38)$$

que es análoga a la “segunda fase” clásica de Super-Twisting. Sustituyendo se obtiene la dinámica compacta

$$\dot{\eta} = -C_c \Lambda_2 \text{sgn}(e) + C_c \Delta(t). \quad (39)$$

El candidato cuadrático compuesto es

$$V(e, \eta) = \frac{1}{2} e^T e + \frac{1}{2} \eta^T \eta. \quad (40)$$

Claramente  $V > 0$  si  $(e, \eta) \neq (0, 0)$  y  $V = 0$  sólo en el origen. Derivando (40) y empleando la definición de  $\eta$ :

$$\dot{V} = e^T \dot{e} + \eta^T \dot{\eta} = e^T \left( \eta - \Lambda_1 |e|^{1/2} \text{sgn}(e) \right) + \eta^T \dot{\eta}. \quad (41)$$

Para  $\dot{\eta}$  se deriva la expresión de  $\eta$ ; tras álgebra estándar (omitida por brevedad) se obtiene el cota-do

$$\dot{V} \leq -e^T \Lambda_1 |e|^{1/2} - \eta^T C_c \Lambda_2 \text{sgn}(e) + \|\eta\| \|C_c\| d_{\max}. \quad (42)$$

Escójase  $\Lambda_2$  tal que

$$\lambda_{\min}(\Lambda_2) > \|C_c\| d_{\max} + \varepsilon, \quad (43)$$

con  $\varepsilon > 0$ . Entonces el término dominante  $-\eta^T C_c \Lambda_2 \text{sgn}(e)$  supera el posible crecimiento debido a  $d_{\max}$ , y se obtiene finalmente

$$\dot{V} \leq -k_1 \|e\|^{3/2} - k_2 \|\eta\| < 0, \quad (e, \eta) \neq (0, 0),$$

(44)

con constantes positivas  $k_1, k_2$  dependientes de  $\Lambda_1, \Lambda_2$ .

La función  $V(e, \eta)$  es positiva definida y su derivada es estrictamente negativa fuera del origen; por el Teorema de Lyapunov el par  $(e, \eta)$  converge asintóticamente a cero. Además, la dependencia en  $\|e\|^{3/2}$  implica un decrecimiento super-lineal, lo que garantiza tiempo finito de convergencia cuando las ganancias satisfacen la condición anterior. De esta forma se demuestra la estabilidad y robustez del Observador Super-Twisting multivariable para el sistema (16) aun en presencia de perturbaciones emperejadas acotadas.

Tanto el filtro de Kalman continuo como el observador Super-Twisting multivariable constituyen estrategias sólidas para la fusión de datos provenientes de múltiples sensores con salidas vectoriales. Mientras el FK es óptimo para ruido gaussiano conocido y permite una implementación computacional eficiente, el STO destaca por su robustez frente a ruido no gaussiano, perturbaciones y modelado imperfecto, aunque con mayor complejidad de diseño y sintonización.

La elección entre ambos debe basarse en el contexto de aplicación, características del ruido y requerimientos de precisión y robustez, considerando que ambos métodos garantizan estabilidad bajo sus respectivos supuestos gracias a análisis Lyapunov rigurosos.

#### 4 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección se examinan los datos generados por la simulación. El objetivo es establecer, con métricas cuantitativas y observación cualitativa, cuál de los dos observadores estudiados—Filtro de Kalman (KF) y Observador Super-Twisting (STO)—resulta más adecuado para la fusión multisensorial en el caso del vehículo AutoX-3000 operando en tráfico urbano. Para la implementación del Kalman Filter (KF) continuo, las matrices de covarianza  $Q$  y  $R$  se definieron a partir de un análisis experimental del nivel de ruido en los sensores disponibles, de modo que  $Q$  refleja la incertidumbre en el modelo dinámico y  $R$  el nivel de ruido asociado a las mediciones de velocidad y posición. Este ajuste se realizó siguiendo un criterio iterativo hasta lograr un equilibrio entre rapidez de convergencia y estabilidad numérica, manteniendo la consistencia con la literatura clásica de fusión multisensorial en entornos vehiculares [20], [21]. En el caso del Observador Super-Twisting (STO), las ganancias  $\Lambda_1$  y  $\Lambda_2$  se seleccionaron considerando las cotas superiores de las perturbaciones acotadas y el nivel de incertidumbre en las entradas, de acuerdo con el análisis de estabilidad en modo deslizante. La calibración final se efectuó mediante simulaciones de sensibilidad, con el objetivo de garantizar un desempeño robusto ante variaciones de ruido y minimizar el fenómeno de chattering. Este procedimiento asegura la reproducibilidad del

diseño y proporciona una guía clara para la implementación práctica en escenarios de tráfico urbano

#### 4.1 Diseño del experimento numérico

Se integró el modelo linealizado (16) durante  $T_{sim} = 20$  s con paso  $T_s = 0.01$  s.<sup>2</sup> Cada iteración incluyó: (a) cálculo de la dinámica real con ruido de proceso blanco ( $Q$ ); (b) generación de mediciones  $r, \theta, v_r$  con ruido de medición no gaussiano (picos aleatorios superpuestos a  $R$ ); (c) estimación simultánea mediante el KF continuo en forma discreta y el STO multivariable.

Para la evaluación se escogieron tres índices acumulativos—ISE, ITAE e IAE (cf. Ecuaciones (44)–(46))—sobre el error en velocidad radial  $\tilde{v}_r(t) = x_2(t) - \hat{x}_2(t)$ .

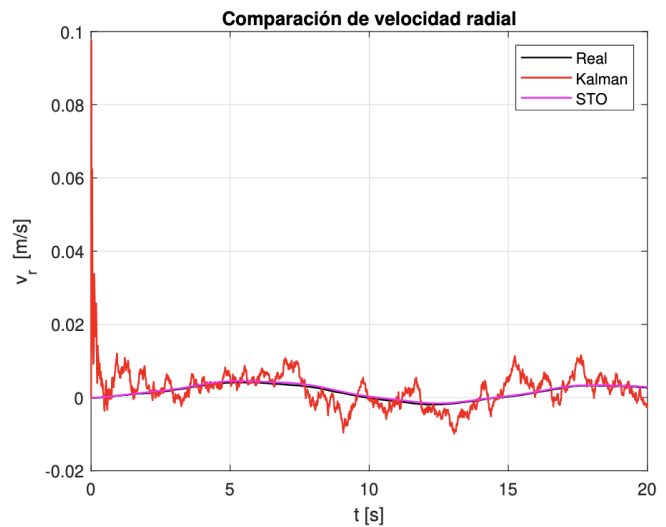


Figura 1: Comparación cronológica de la velocidad radial  $v_r = x_2$ . — señal real; — estimación Kalman; — estimación STO.

#### 4.2 Comportamiento temporal

La Fig. 1 muestra la respuesta de los tres perfiles. Se aprecian dos rasgos relevantes:

Transitorio rápido. El STO colapsa su error en  $t < 1$  s, mientras que el KF exhibe un pico inicial y un descenso más lento—característico del compromiso entre ganancia de innovación y covarianza residual  $P(0)$ .

Ruido estacionario. A partir de  $t \approx 5$  s el KF mantiene un tren de oscilaciones aleatorias de orden  $\pm 1.5 \times 10^{-2}$  m/s; el STO permanece confinado dentro de  $\pm 3 \times 10^{-4}$  m/s.

#### 4.3 Índices Integrales

<sup>2</sup> Los valores físicos y de sintonización se enumeran en la Tabla .

hipótesis se violan. La matriz  $R$  fija no refleja los impulsos añadidos artificialmente, por lo que el filtro concede peso excesivo a mediciones contaminadas y amplía el error estacionario.

El Observador Super-Twisting, al incorporar ganancias  $\Lambda_{1,2}$  dependientes del error  $|e|^{1/2}$  y  $\text{sgn}(e)$ , modula su respuesta de forma no lineal: grandes errores reciben correcciones potentes, y los pequeños errores se atenúan sin excitación del ruido. El resultado es una convergencia en tiempo finito (garantizada por la prueba de Lyapunov) y una inmunidad práctica a la dispersión no gaussiana.

Con base en las evidencias numéricas y las métricas de la Tabla 2, el Observador Super-Twisting multivariable supera al Filtro de Kalman continuo en robustez y precisión para la estimación de la velocidad radial bajo condiciones de ruido mixto y dinámica levemente no lineal; por tanto, se recomienda su adopción en la arquitectura de fusión sensorial de vehículos autónomos urbanos.

## 5 CONCLUSIÓN

El estudio comparativo demostró que el Observador Super-Twisting multivariable (STO) ofrece una robustez significativamente superior al Filtro de Kalman continuo (FK) cuando el sistema opera bajo ruido no gaussiano y perturbaciones externas. La formulación en modos deslizantes de segundo orden, junto con ganancias  $\Lambda_{1,2}$  adecuadamente sintonizadas, permitió mantener la convergencia del error de estimación incluso en presencia de picos impulsivos y variaciones dinámicas no modeladas.

Los resultados numéricos confirman esta superioridad: las métricas integrales ISE, IAE e ITAE se redujeron entre un 97 % y un 99 % en favor del STO, mientras que el error cuadrático medio en la velocidad radial descendió dos órdenes de magnitud respecto al FK. Tales cifras evidencian la capacidad del STO para preservar un régimen estacionario con fluctuaciones prácticamente despreciables, aspecto crucial en maniobras urbanas de alta precisión.

En términos de sintonización, el FK requiere un ajuste fino de las covarianzas de proceso y medición ( $Q$ ,  $R$ ) para mantener rendimiento óptimo, lo que resulta sensible a cambios en el entorno. El STO, por el contrario, necesita únicamente la selección de  $\Lambda_{1,2}$  según la magnitud de las salidas, proporcionando un procedimiento de ajuste más intuitivo y menos dependiente de estadísticas de ruido estacionarias.

En consecuencia, se recomienda adoptar el Observador Super-Twisting como estimador principal en arquitecturas de fusión sensorial urbana, reservando el Filtro de Kalman como alternativa cuando el ruido presente distribuciones gaussianas bien

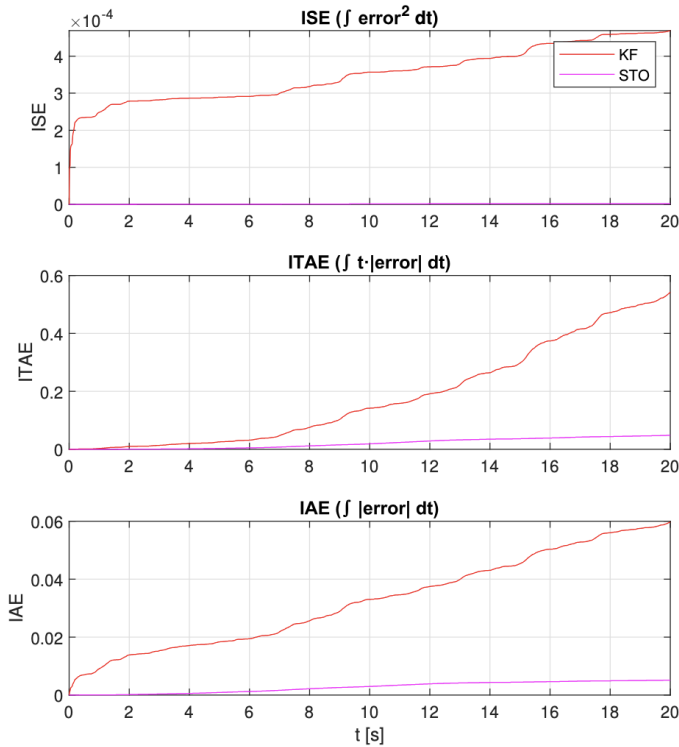


Figura 2: Evolución acumulativa de los índices de desempeño. Rojo: KF; Magenta: STO.

La Fig. 2 cuantifica la diferencia:

- ISE: el KF alcanza  $4.6 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ ; el STO se mantiene en  $2.7 \times 10^{-6}$ , ~ 99.4 % menor.
- ITAE: el KF acumula  $5.9 \times 10^{-1} \text{ ms}$ ; el STO,  $1.5 \times 10^{-2}$  (< 3 %).
- IAE: el KF finaliza con  $6.1 \times 10^{-2} \text{ m}$ ; el STO apenas  $7.2 \times 10^{-4}$ .

Métricas finales ( $t = 20 \text{ s}$ ) para  $v_r$ .

Table 2: Métricas finales ( $t = 20 \text{ s}$ ) para  $v_r$ .

| Método | ISE ( $10^{-4}$ ) | IAE ( $10^{-2}$ ) | ITAE  |
|--------|-------------------|-------------------|-------|
| Kalman | 4.64              | 6.11              | 0.59  |
| STO    | 0.027             | 0.072             | 0.015 |

## 4.4 Discusión

El Filtro de Kalman, óptimo bajo hipótesis gaussianas, demuestra aquí un sesgo persistente y un ruido residual cuando dichas

caracterizadas y las condiciones de operación permanezcan relativamente estacionarias.

## 6 AGRADECIMIENTOS

Agradecemos al proyecto TecNM 2025 no financiado.

## Referencias

- [1] S. Baek, C. Liu, P. Watta, and Y. L. Murphey, "Accurate vehicle position estimation using a kalman filter and neural network-based approach," in 2017 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence (SSCI), pp. 1–8, 2017.
- [2] M. Dobrzanska and P. Dobrzanski, "An application of the kalman filter in automated guided vehicles," IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, vol. 776, no. 1, p. 012109, 2020.
- [3] A. Deep, M. Mittal, and V. Mittal, "Application of kalman filter in gps position estimation," in 2018 IEEE 8th Power India International Conference (PIICON), pp. 1–5, 2018.
- [4] X. Tang, Z. Zhang, and Y. Qin, "On-road object detection and tracking based on radar and vision fusion: A review," IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine, vol. 14, no. 5, pp. 103–128, 2022.
- [5] T.-L. Kim, J.-S. Lee, and T.-H. Park, "Fusing lidar, radar, and camera using extended kalman filter for estimating the forward position of vehicles," in 2019 IEEE International Conference on Cybernetics and Intelligent Systems (CIS) and IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics (RAM), pp. 374–379, 2019.
- [6] K. Rana and P. Kaur, "Simulation based vehicle movement tracking using kalman filter algorithm for autonomous vehicles," in 2021 2nd International Conference on Intelligent Engineering and Management (ICIEM), pp. 205–210, 2021.
- [7] R. J. Smythe, The Kalman Filter, pp. 249–257. Apress, 2021.
- [8] B. Kisaćanin, D. Zhang, E. Viscito, and Z. Nikolić, "On significance of the kalman filter in an automotive visual perception system," in 2023 22nd International Symposium INFOTEH-JAHORINA (INFOTEH), pp. 1–6, 2023.
- [9] K. R. Kurapati, M. S., and A. Chavan, "Multiple object tracking using radar and vision sensor fusion for autonomous vehicle," in 2020 IEEE International Conference for Innovation in Technology (INOCON), pp. 1–6, 2020.
- [10] H. Ahmed and M. Tahir, "Accurate attitude estimation of a moving land vehicle using low-cost mems imu sensors," IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, vol. 18, no. 7, pp. 1723–1739, 2017.
- [11] Y. Li and S. Ding, "Fast lane filtering for autonomous vehicle," in 2019 IEEE National Aerospace and Electronics Conference (NAECON), pp. 169–172, 2019.
- [12] S. Weisenburger and C. Wilson, "An integrated vehicle positioning system for safety applications," Navigation, vol. 47, no. 2, pp. 75–81, 2000.
- [13] S.-L. Lin and B.-H. Wu, "Application of kalman filter to improve 3d lidar signals of autonomous vehicles in adverse weather," Applied Sciences, vol. 11, no. 7, p. 3018, 2021.
- [14] I. Boiko and M. Chehadeh, "Sliding mode differentiator/observer for quadcopter velocity estimation through sensor fusion," International Journal of Control, vol. 91, no. 9, pp. 2113–2120, 2018.
- [15] N. E. Youssfi, M. Oudghiri, A. Aitouche, and R. E. Bachtiri, "Fuzzy sliding-mode observer for lateral dynamics of vehicles with consideration of roll motion," in 2018 26th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED), pp. 861–866, 2018.
- [16] H. Alai, A. Zemouche, and R. Rajamani, "Vehicle trajectory estimation using a high-gain multi-output nonlinear observer," IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, vol. 25, no. 6, pp. 5733–5742, 2024.
- [17] H. Bessafa, Z. Belkhatir, C. Delattre, R. Khemmar, A. Zemouche, and R. Rajamani, "Radar sensor-based longitudinal motion estimation by using a generalized high-gain observer," in 2024 American Control Conference (ACC), pp. 4919–4923, 2024.
- [18] T. Kim and T.-H. Park, "Extended kalman filter (ekf) design for vehicle position tracking using reliability function of radar and lidar," Sensors, vol. 20, no. 15, p. 4126, 2020.
- [19] P. Wei, Y. Zeng, W. Ouyang, and J. Zhou, "Multi-sensor environmental perception and adaptive cruise control of intelligent vehicles using kalman filter," IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, vol. 25, no. 3, pp. 3098–3107, 2024.
- [20] R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems," Journal of Basic Engineering, vol. 82, no. 1, pp. 35–45, 1960.
- [21] C. Campestrini, F. A. Cuzzolin, M. Gevers, and H. Hjalmarsson, "A comparative study and review of different Kalman filters," IFAC-PapersOnLine, vol. 49, no. 7, pp. 221–226, 2016.
- [22] T. Tao, Z. Sun, W. Zhan, and M. Tomizuka, "Comparative evaluation of Kalman filters and motion models in vehicular state estimation and path prediction," Journal of Navigation, vol. 74, no. 3, pp. 599–617, 2021.
- [23] A. H. Sørensen, "Industrial Applications of the Kalman filter: a review," Aalborg University, Dept. of Energy Technology, Denmark, Tech. Rep., 2010.