

SINTONIZACIÓN DE GANANCIAS DE CONTROLADORES PID: MÉTODOS EXPERIMENTALES Y ANALÍTICOS

Martínez-Montejano Roberto Carlos^{a*}, Salazar-Maldonado Daniel Ramsés^a, González-Badillo Germánico^a, Jaime-Rodríguez José Jimmy^a, Ontañón-García-Pimentel Luis Javier^b.

Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Unidad Académica Multidisciplinaria Zona Media.

Carretera Rioverde-San Ciró Km.4, Ejido Puente del Carmen, Rioverde, S.L.P., CP. 79615

^bUniversidad Autónoma de San Luis Potosí, Coordinación Académica Región Altiplano Oeste, Santo Domingo, Salinas #200, Salinas de Hidalgo, S.L.P., C.P. 78600

roberto.montejano@uaslp.mx

RESUMEN.

Los controladores PID (Proporcional, Integral, Derivativo), son ampliamente utilizados en la industria por su versatilidad y fácil implementación en diversos sistemas basados en PLC's, microcontroladores, computadoras, etc. Para su correcto funcionamiento, es necesario sintonizar de manera apropiada las ganancias del controlador, teniendo para esto desde métodos heurísticos, hasta métodos por cómputo evolutivo. En este trabajo se muestra la sintonización de un controlador PID mediante dos métodos experimentales y un método analítico para propósitos de docencia. Los controladores son probados mediante simulaciones y método experimental en una planta de segundo orden construida con amplificadores operacionales. De esta manera los alumnos pueden complementar los conocimientos teóricos aprendidos en clase.

Palabras Clave: control PID, sintonización de ganancias, método Ziegler-Nichols, última ganancia, control por cancelación de polos.

ABSTRACT.

PID controllers (Proportional, Integral, Derivative) are widely used in the industry for their versatility and easy application in various systems such as PLCs, microcontrollers, computers, etc. For proper performance, it is necessary to appropriately tune the controller gains, using methods ranging from heuristic to evolutionary computation methods. This work presents the tuning of a PID controller using two experimental methods and one analytical method for teaching purposes. The controllers are tested through simulations and an experimental method on a second-order plant built with operational amplifiers. In this way, students can complement the theoretical knowledge learned in class.

Keywords: PID control, gain tuning, Ziegler-Nichols method, Ruth-Hurwitz.

1. INTRODUCTION

Los procesos de control en la industria empezaron en 1920, en los sistemas automáticos de calderas de vapor. A partir de entonces se han hecho diversos desarrollos de controladores hasta tener lo que hoy en día conocemos como el control PID [1]. Las acciones de control, son de vital importancia en la industria, debido a que mejoran procesos, los hacen más eficientes y alargan la vida útil de los dispositivos.

En muchas ocasiones en la industria resulta muy complejo la elaboración de un modelado matemático para el sistema que se desea controlar, por lo que se aproximan los controladores mediante técnicas experimentales con entradas prototipo, y de

esta manera obtener la información más relevante del proceso [2].

En este contexto, es crucial que el Ingeniero de control cuente con la formación y el conocimiento necesario, tanto teórico como práctico de los controladores PID. Es por ello que actualmente se están haciendo importantes esfuerzos en el ámbito educativo para lograr estos objetivos [3]- [4]. Hoy en día, en la literatura existe una gran variedad de mecanismos para poder probar estrategias de control tanto en software como en físico, sin embargo, debido a la carga de contenido del espacio de formación de teoría de control, es difícil cubrir cada uno de esos métodos, y resulta aún más complejo llevarlos a la parte práctica, quedando el alumno solamente con la parte teórica.

En este trabajo se propone la sintonización de ganancias para un controlador PID tanto en método experimental como en método analítico, haciendo una comparativa entre ellos. Los modelos obtenidos son aplicados tanto en simulación como de manera experimental en una planta analógica de segundo orden, llevada a cabo mediante el uso de amplificadores operacionales. De esta manera, se garantiza que el alumno compruebe los conocimientos adquiridos en clase mediante una aplicación práctica, además de visualizar las similitudes y diferencias entre los distintos métodos.

2. DESARROLLO

Los sistemas de control clásico, usan el error (diferencia entre la entrada y la salida) como la variable a minimizar hasta llegar a 0. Se aplica principalmente en fenómenos que presenten bajo orden (hasta segundo orden) y que sean lentos. Los controladores se aplican a la planta (sistema a controlar), como se muestra en la Figura 1.

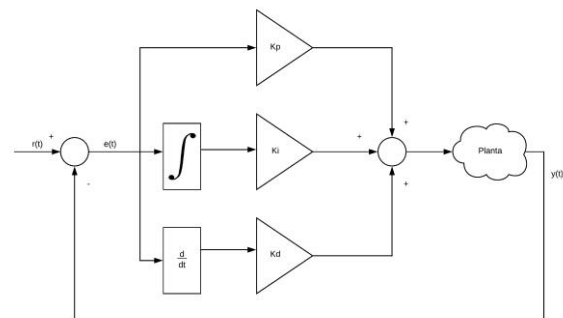


Figura 1. Planta con control PID.

2.1. Planta analógica de segundo orden.

Para poder verificar el funcionamiento del controlador y la sintonización de sus ganancias, se propone una planta analógica de segundo orden, como la que se muestra en la Figura 2.

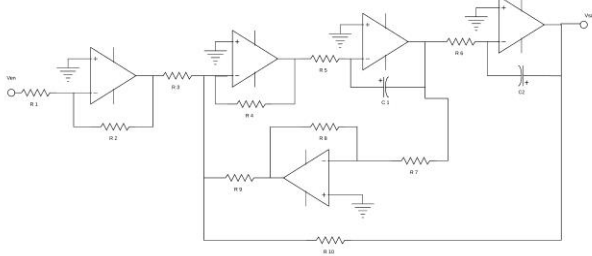


Figura 2. Planta analógica de segundo orden.

Esto es con el objetivo de obtener una función de transferencia dada por

$$G(s) = \frac{k_1 k_2 k_{c1} k_{c2}}{s^2 + k_3 k_4 k_{c1} s + k_5 k_{c1} k_{c2}} \quad (1)$$

$$= \frac{K}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

donde se tienen las siguientes relaciones

$$k_1 = \frac{R_2}{R_1}, k_2 = \frac{R_4}{R_3}, k_3 = \frac{R_8}{R_7}, k_4 = \frac{R_4}{R_9}, k_5 = \frac{R_4}{R_{10}}, \quad (2)$$

$$k_{c1} = \frac{1}{R_5 C_1}, k_{c2} = \frac{1}{R_6 C_2}.$$

Con el objetivo de obtener valores comerciales tanto de resistencias, como de capacitores, y al mismo tiempo poder tener un elemento variable para obtener las distintas respuestas de un sistema de segundo orden (sobreamortiguada, subamortiguada, críticamente amortiguada), todos los valores de las resistencias se seleccionaron a $1k\Omega$, los capacitores a $100\mu F$ y para R_8 un potenciómetro de $10k\Omega$. Teniendo la ecuación (3) dada por

$$G(s) = \frac{100}{s^2 + (1 * \text{potenciómetro})s + 100} \quad (3)$$

Para los objetivos del presente trabajo, el potenciómetro se fijó a un valor de $1k\Omega$, con lo que se tiene una respuesta subamortiguada.

2.2. Sintonización por Ziegler-Nichols.

Los métodos de sintonización que se describirán, son 3: Ziegler-Nichols lazo abierto, Ziegler-Nichols lazo cerrado (última ganancia) y cancelación de polos. Sus ventajas y desventajas se pueden ver en la Tabla 1.

Tabla 1. Ventajas y desventajas de métodos de sintonización.

Método	Ventajas	Desventajas
Ziegler-Nichols Lazo Abierto	No necesita el modelo matemático. Aproxima a planta de primer orden. Método gráfico de aplicar.	Pérdida de información por aproximación. Puede haber inexactitudes por dibujar mal las líneas.
Última ganancia	No necesita el modelo matemático. Puede ser aplicadas en plantas de más alto orden.	No todas las plantas presentan dinámica oscilatoria. Difícil de localizar la última ganancia.
Cancelación de polos	Mayor exactitud por los requerimientos de diseño. Elimina dinámica lenta del sistema.	Requiere modelo matemático.

Este método fue desarrollado por los ingenieros Ziegler y Nichols en 1942, con el objetivo de realizar la sintonización de las ganancias de un controlador PID y sus combinaciones, este con un 25% de sobretiro en la respuesta, sin necesidad de contar con el modelo matemático de la planta a controlar [5]. Se ingresa una entrada prototipo (generalmente un escalón unitario) al sistema en lazo abierto, y se caracteriza su salida, aproximándola a un sistema de primer orden descrita por la función de transferencia mostrada a continuación

$$G(s) = \frac{H e^{-t_d s}}{\tau s + 1} \quad (4)$$

en donde H representa la amplitud del sistema, t_d es el retardo. Estos parámetros se obtienen como se muestra en la Figura 3, la cual representa la respuesta del sistema descrito en (3), para una respuesta subamortiguada.

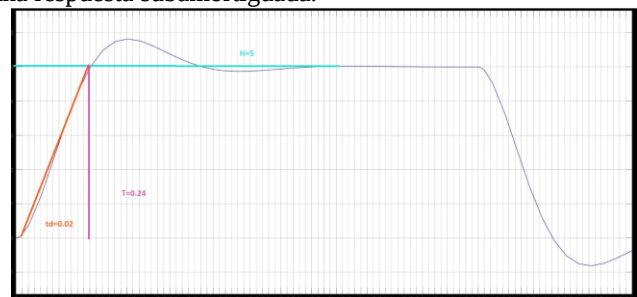


Figura 3. Parámetros para método Ziegler-Nichols.

Esta respuesta es obtenida a partir del escalón unitario y se toman los parámetros descritos en (5) y (6), para utilizarlos en la tabla 2.

$$L = t_d \quad (5)$$

$$R = \frac{H}{\tau} \quad (6)$$

Tabla 2. Ganancias del controlador para $\zeta=0.21$.

Controlador	Ganancias
P	$K_p = \frac{1}{RL}$
PI	$K_p = \frac{0.9}{RL}, K_i = \frac{0.27}{RL^2}$
PID	$K_p = \frac{1.2}{RL}, K_i = \frac{0.6}{RL^2}, K_d = \frac{0.6}{R}$

2.3. Sintonización por método de última ganancia.

Existe un segundo método creado por Ziegler-Nichols, el cual es en lazo cerrado, con una entrada escalón y se multiplica por una ganancia [6]. Esta ganancia (K_u) se va cambiando hasta obtener una respuesta con oscilación constante, de donde se obtendrá el periodo (P_u), como se muestra en la Figura 4. El resultado obtenido es aplicándolo a la función de transferencia descrita en (3) con una entrada escalón unitario y un valor de $K_u = 0.4$, obteniendo un $P_u = 0.03$.

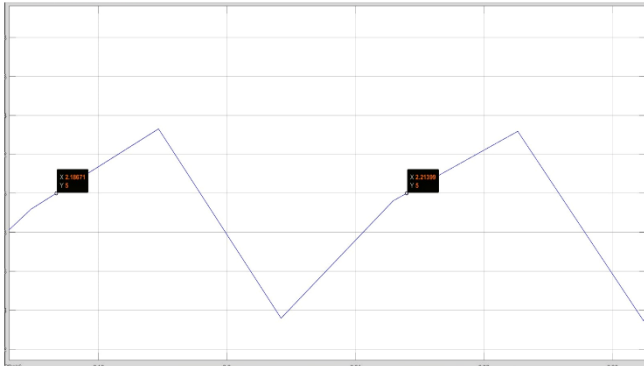


Figura 4. Método de la última ganancia.

En la tabla 3, de manera similar al proceso anterior, se sustituyen los valores obtenidos en fórmulas predeterminadas, para obtener las ganancias del controlador.

Tabla 3. Ganancias método última ganancia.

Controlador	Ganancias
P	$K_p = \frac{1}{2}K_u$
PI	$K_p = 0.45K_u, K_i = 0.54\frac{K_u}{P_u}$

PID	$K_p = 0.6K_u, K_i = 1.2\frac{K_u}{P_u}, K_d = 0.075K_uP_u$
-----	---

2.4. Sintonización por cancelación de polos.

Los métodos anteriormente descritos, no necesitan conocer el modelo matemático y función de transferencia del sistema, solamente lo aproximan. El método de cancelación de polos, toma la función de transferencia y mediante el controlador, se sintonizan las ganancias para eliminar o el polo más lento, o la dinámica del sistema para que este se estabilice. El resto se garantiza ajustando el sistema con el polinomio característico de un sistema de segundo orden o con el tiempo de asentamiento de un sistema de primer orden [7]. Para el caso de este trabajo se utiliza la planta descrita en (7), que es una respuesta de un sistema subamortiguado.

$$G(s) = \frac{100}{s^2 + 10s + 100} \quad (7)$$

Si se obtienen las raíces del sistema, resultan ser imaginarias, por lo que se buscará en primera instancia, cancelar esa dinámica mediante el controlador PID, el cual se escribe como en (8).

$$C(s) = K_d \frac{s^2 + \frac{K_p}{K_d}s + \frac{K_i}{K_d}}{s} \quad (8)$$

Se tienen las siguientes relaciones $\frac{K_p}{K_d} = 10$ y $\frac{K_i}{K_d} = 100$. Cuando se multiplica el controlador por la función de transferencia, se cancelan los polos de la función con los ceros del controlador, teniendo lo de la ecuación (9).

$$L(s) = G(s) * C(s) = \frac{100K_d}{s} \quad (9)$$

Con el objetivo de obtener un límite inferior para la ganancia derivativa, se utiliza el teorema del valor final, teniendo una entrada prototipo de rampa y considerando un error de 0.3 de forma que

$$\lim_{s \rightarrow 0} sL(s) \geq \frac{1}{e_{rr}} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s100K_d}{s} \geq \frac{1}{0.3}, \quad (10)$$

obteniendo un valor de $K_d \geq 0.033$. Enseguida, como el controlador tiene que estar realimentado, se realiza la realimentación unitaria de la función $L(s)$ de la siguiente manera

$$H(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} = \frac{100K_d}{s + 100K_d} \quad (11)$$

La ecuación (11) tiene la forma de una función de transferencia de un sistema de primer orden como

$$H(s) = \frac{1}{\tau s + 1}. \quad (12)$$

A continuación, se reacomoda la ecuación (11) para tener la forma de (12), y se selecciona un valor arbitrario para τ , por ejemplo, en este caso 0.1. Se hace la igualación del término lineal de (11) con (12), y se obtiene el límite superior de K_d . Con lo que se tiene que la ganancia derivativa debe de estar en un rango de:

$$0.033 \leq K_d \leq 0.1 \quad (13)$$

Finalmente, también se elige un valor arbitrario para K_d en el rango establecido en (13), por ejemplo 0.05, y se sustituye en las relaciones de la ecuación (8) para obtener la ganancia integral y la ganancia proporcional. Teniendo que $K_p = 0.5$ y $K_i = 5$.

3. RESULTADOS.

Siguiendo la metodología descrita para los métodos experimentales y el método analógico descrito, se sintonizan las ganancias del controlador, teniendo los resultados que se muestran en la Tabla 4.

Tabla 4. Ganancias obtenidas.

Método	K_p	K_i	K_d
Ziegler-Nichols	2.88	72.011	0.29
Última ganancia	0.2	3.3	0.002
Cancelación de polos	0.5	5	0.05

Se obtienen resultados por simulación en Matlab, siguiendo el diagrama descrito en la Figura 1, y sustituyendo en la planta el valor de la función de transferencia de (3). En la Figura 5 se muestra el resultado de la planta con control PID sintonizado con Ziegler-Nichols. En todos los casos fue utilizado como entrada un tren de pulsos de 5V de amplitud, con una frecuencia de 0.5Hz y un ciclo de trabajo del 50%.

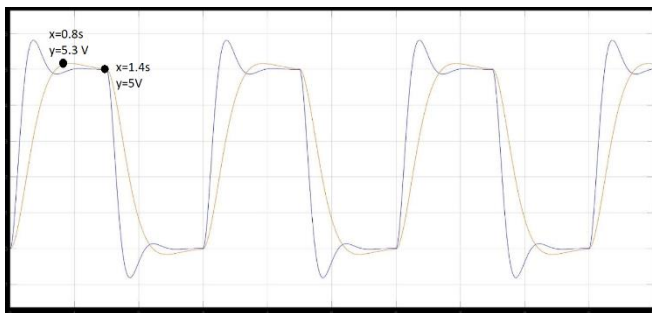


Figura 5. Método Ziegler-Nichols.

En la Figura 6 se muestran los resultados de la sintonización mediante el método de última ganancia.

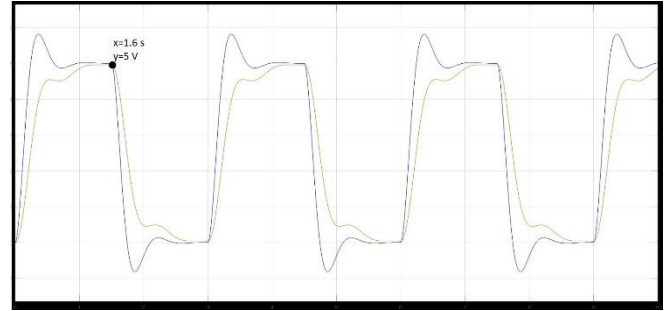


Figura 6. Método última ganancia.

Enseguida, en la Figura 7 se muestra el resultado de la sintonización por el método de cancelación de polos.

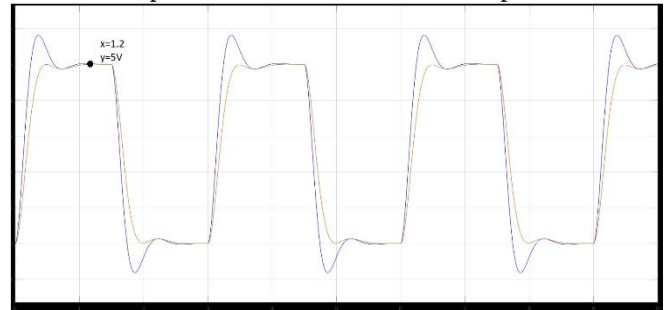


Figura 7. Método de cancelación de polos.

De los resultados obtenidos se puede obtener la comparativa que se muestra en la tabla 5. Con lo que se puede concluir que el mejor método es el de cancelación de polos ya que es más rápido, no presenta sobretiro y se estabiliza en un menor tiempo que los métodos experimentales, al contar con los requerimientos de diseño. Ambos métodos experimentales presentan un tiempo de asentamiento largo, pero el sobretiro de Ziegler-Nichols es mayor, aunado a que sus valores de ganancia son muy altos.

Tabla 5. Comparativa de resultados.

Método	Tiempo de crecimiento	Sobretiro	Tiempo de asentamiento
Ziegler-Nichols	0.7 s	6%	1.4 s
Última ganancia	1.7 s	0%	1.4 s
Cancelación de polos	0.4 s	0%	1.2 s

Posteriormente, el prototipo descrito en la Figura 2 se implementó de forma física en conjunto con el controlador propuesto (como se muestra en la Figura 1), con los valores descritos en la Sección 2.1. En la Figura 8 se muestra el prototipo físico obtenido.

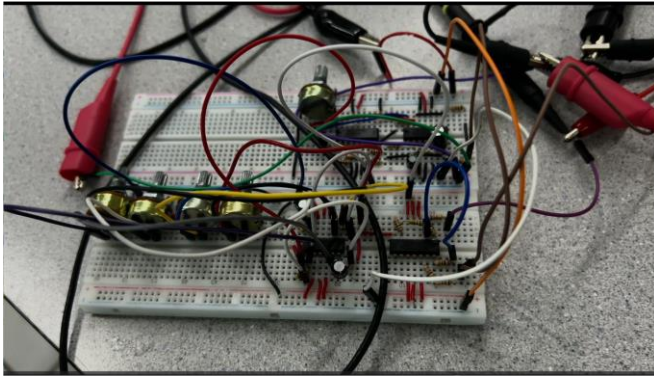


Figura 8. Planta con controlador PID.

Finalmente, en la Figura 9, se muestran las respuestas para las tres sintonizaciones propuestas en este trabajo. En la parte superior izquierda método de Ziegler-Nichols, en la parte superior derecha, método de última ganancia y en la parte inferior, método por cancelación de polos. Con lo que se puede apreciar que los resultados son consistentes con los obtenidos mediante simulación.

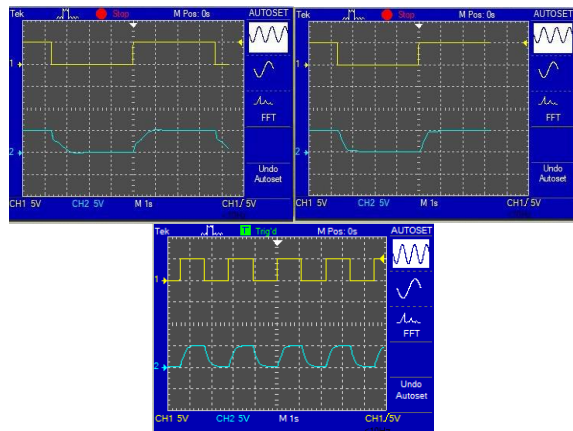


Figura 9. Respuesta de los métodos de sintonización propuestos.

Se puede apreciar que las respuestas de simulación como en físico, son muy similares entre sí. Además, la que mejor respuesta da entre ellas es el método por cancelación de polos, ya que toma en consideración el modelo matemático de la planta y para el control se especifican error en estado estable, error en estado estable cuando la entrada es rampa, tiempo de asentamiento, etc.

4. CONCLUSIONES

En este trabajo se realizó la sintonización de un controlador PID con distintos métodos, que fue aplicado a una planta analógica de segundo orden. Se propusieron dos métodos experimentales y un método analítico, teniendo la mejor respuesta de ellos en el método analítico con un menor tiempo de crecimiento, no tiene sobretiro y el tiempo de asentamiento es mejor respecto a los dos métodos experimentales propuestos. Esto es debido a las consideraciones de diseño que se llevan a cabo, además de

que no se aproxima la respuesta del sistema como sucede en los métodos experimentales, en los que plantas de primer y segundo orden se modelan como uno de primero, lo cual reduce la exactitud.

Los métodos utilizados en este trabajo se aplicaron todos sobre la misma planta, demostrando así que distintas maneras de sintonizar un controlador se pueden utilizar en el mismo problema. Cada método contiene sus ventajas y desventajas, teniendo en Ziegler-Nichols de lazo abierto, errores de aproximación, ganancias altas (que dificulta implementarlas), pero es un método de fácil aplicación. Por su parte el de última ganancia, su principal deficiencia recae en la experimentación de prueba y error y el tiempo invertido en encontrar una ganancia que provoque que el sistema oscile. Y finalmente, el método de cancelación de polos requiere de un modelo matemático, pero es el que mejor respuesta exhibe.

Es importante remarcar que existen ocasiones en las que es imposible obtener el modelo matemático de la planta a controlar, por lo que lo más común es realizar pruebas con entradas prototipo, aproximar la respuesta y con esta realizar una sintonización experimental.

Los controladores y la planta analógica propuesta, pueden servir al alumno para visualizar y entender mejor los conceptos de teoría de control, el cual es un espacio de formación de bastante interés tanto en el ámbito industrial como en el de investigación. Además, como son implementados a través de elementos analógicos como amplificadores operacionales, no se pierde información por digitalización de señales, así como se tiene una alternativa no cara para que el alumno experimente y use adecuadamente equipo de laboratorio como generador de señales, fuentes de laboratorio, osciloscopio y multímetro.

Como trabajo a futuro, se propone experimentar con más métodos de sintonización de control clásico como Ruth-Hurwitz, Cohen-Coon, por mencionar algunos.

REFERENCIAS

- [1] J.A. Pérez-Rodríguez, L.R. Díaz-Briceño, Y. Llosas-Albuena, C. Rodríguez-Borges y L. Cuenca-Ávila, "Aspectos prácticos del control PID en procesos industriales," *Dominio de las Ciencias*, vol. 7, no. 3, 2021, pp. 98-120.
- [2] C. Rodríguez-Borges, J. Pérez-Rodríguez, E. Lituma-Ramírez, A. Pérez-Baltazar, "Software development for transformer model supporting significant learning electrical machines," *International Journal of Psychosocial Rehabilitation*, vol. 24, no. 2, 2020.
- [3] R. Martínez-Montejano, J. Jaime-Rodríguez, G. González-Badillo, M. Martínez-Montejano, "Aprendizaje basado en proyectos: variador de velocidad en Simulink," *Pistas Educativas*, vol. 45, 2024, pp. 1-16.
- [4] A. Saavedra-Montes, G. Sánchez-Zuluaga, "Método de enseñanza/aprendizaje aplicado a los sistemas de energía eléctrica," *Scientia et Technica*, vol. 27, no. 1, 2022.
- [5] V. Vijay-Patel, "Ziegler-Nichols tuning method," *Resonance*, vol. 25, 2020, pp. 385-1397.
- [6] M. Reyes-Orta, B. Pérez-López, C. Cuevas-Castillo, R. Villafuerte-Segura, "Prototipo de levitación neumática para enseñanza-aprendizaje de teoría de control," *Pädi*, vol. 11, no. 4, 2023, pp. 231-243. M. Medina-Sánchez, M. Naranjo, J. Rodríguez-Flores, "Comparación del desempeño de un controlador adaptativo por modelo de referencia y un controlador proporcional integral derivativo PID clásico, en el control de un convertidor DC-DC reductor," *Desarrollo e innovación en ingeniería*, vol. 5, 2020, pp. 243-254.