

MODELADO MATEMÁTICO DE UN INTERCAMBIADOR DE CALOR DE PLACAS PLANAS

Pamela Reyes
Alereyes4444@gmail.com

Alberto De Santiago
albertodesag@gmail.com

Oscar Chávez
oscar.cl@chihuahua.tecnm.mx

Israel Rosas
israel.ry@chihuahua.tecnm.mx

Victor Ambriz
victor.ad@chihuahua.tecnm.mx

Tecnológico Nacional de México/ Instituto Tecnológico de Chihuahua
División de Estudios de Posgrado e Investigación
Av. Tecnológico #2909 614-201-
2000

RESUMEN.

El documento examina en detalle el modelado matemático de los intercambiadores de calor de placas planas, destacando su eficiencia. Se centra en el uso de ecuaciones de transferencia de calor y balance de energía para optimizar el rendimiento de estos dispositivos. Se enfatiza la importancia de los coeficientes de transferencia de calor y la efectividad (ϵ) del intercambiador. Para resolver las complejas ecuaciones involucradas, se utilizan métodos numéricos como diferencias finitas mediante un software desarrollado.

El estudio incluye la formulación de las ecuaciones que describen los principios de conservación de energía y transferencia de calor, considerando factores como la geometría de las placas, las propiedades de los fluidos, los regímenes de flujo y las condiciones de contorno. La validación experimental del modelo se realiza mediante pruebas con un intercambiador de calor real, mostrando un error promedio del 3.7%, lo que demuestra la precisión del modelo matemático. Esto permite calcular con exactitud el coeficiente de transferencia de calor y la efectividad del intercambiador, proporcionando una herramienta útil para el diseño y la operación eficiente de estos sistemas en diversas aplicaciones industriales y domésticas.

El documento ofrece una metodología sólida para modelar y optimizar los intercambiadores de calor de placas planas, validada tanto numérica como experimentalmente, y resalta la importancia de estos dispositivos en mejorar la eficiencia energética en múltiples aplicaciones.

ABSTRACT.

The document examines in detail the mathematical modeling of plate heat exchangers, highlighting their efficiency. It focuses on the use of heat transfer and energy balance equations to optimize the performance of these devices. The importance of heat transfer coefficients and the effectiveness (ϵ) of the exchanger is emphasized. To solve the complex equations involved, numerical methods such as finite differences are used to solve the complex equations involved, through a developed software.

The study includes the formulation of equations that describe the principles of energy conservation and heat transfer, considering factors such as the geometry of the plates, fluid properties, flow regimes, and boundary conditions. The experimental validation of the model is carried out through tests with a real heat exchanger, showing an average error of 3.7%, demonstrating the precision of the mathematical model. This allows for the accurate calculation of the heat transfer coefficient and the effectiveness of the exchanger, providing a useful tool for the design and efficient operation of these systems in various industrial and domestic applications.

In summary, the document offers a solid methodology for modeling and optimizing plate heat exchangers, validated both numerically and experimentally, and highlights the importance of these devices in improving energy efficiency in multiple applications.

1. INTRODUCTION

Los intercambiadores de calor son dispositivos esenciales en una amplia variedad de aplicaciones tanto industriales como domésticas, abarcando desde la climatización hasta la generación de energía y los procesos químicos. Su función principal es transferir energía térmica de un fluido a otro, optimizando el uso de energía y mejorando la eficiencia de los sistemas en los que se integran. Estos dispositivos se encuentran en sistemas de calefacción, ventilación y aire acondicionado (HVAC), plantas de energía, procesos químicos, industrias alimentarias, y muchas otras aplicaciones donde la transferencia de calor es crucial para el funcionamiento eficiente de los procesos [1]. Entre los diversos tipos de intercambiadores de calor, los de placas planas se distinguen por su elevada eficiencia y compacidad. A diferencia de otros intercambiadores, como los de carcasa y tubos, los de placas planas están diseñados para maximizar la superficie de contacto entre los fluidos caliente y frío dentro de un espacio reducido. Este diseño permite una transferencia de calor más efectiva y una menor resistencia al flujo, lo que resulta en menores pérdidas de presión. La alta eficiencia de transferencia de calor de estos intercambiadores se debe a la gran área superficial disponible y a la turbulencia inducida en los fluidos que fluyen a través de los canales estrechos formados por las placas [2]. Estos dispositivos están

aproximaciones en términos de diferencias entre valores de la función en puntos discretos. los pasos a seguir por este método serían la discretización del dominio, la aproximación de las derivadas(las siguientes son la primera derivada y la segunda hacia adelante). Después se reemplaza la derivadas en la ecuaciones diferenciales originales y se resuelve el sistema de ecuaciones para obtener el valor de la función en cada punto de la malla [10].

$$\frac{\delta T}{\delta X} \approx \frac{T_{i+1}-T_{i-1}}{2\Delta X} \quad (5)$$

$$\frac{\delta^2 T}{\delta X^2} \approx \frac{T_{i+1}-2T_i+T_{i-1}}{(\Delta X)^2} \quad (6)$$

3. MODELO MATEMÁTICO

Con el fin de desarrollar un modelo matemático que permita predecir las distribuciones de temperatura de los fluidos a lo largo del intercambiador de placas planas es necesario identificar los parámetros críticos que influyen en la eficiencia del intercambiador, es necesario hacer las siguientes consideraciones.

La figura 2 muestra la representación de un intercambiador de calor de placas planas, con el fin de poder realizar un modelo matemático. En la figura se puede observar que fluye de manera intercalada los fluidos frío y caliente, para poder transferir el calor de manera más eficiente.

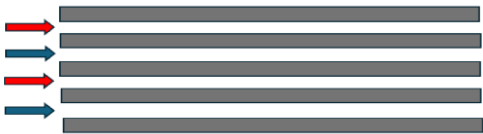


Figura 2. Representación de un intercambiador de calor de placas planas.

Con el fin de poder simplificar el modelo matemático y poder aprovechar las simetrías existentes, se procede a analizar un solo canal con fluido caliente y un canal con fluido frío, en este caso no se toma en cuenta el sólido que divide ambos fluidos, como se muestra en la figura 3.



Figura 3. Representación simplificada del intercambiador de calor.

De la figura 3 se puede ver que el problema se reduce a un caso bidimensional por lo que quedan reducidas las ecs (2) y (3) de la siguiente manera:

Para el fluido caliente:

$$\rho_c c_c v_x \frac{\partial T_c}{\partial x} = k_c \left(\frac{\partial^2 T_c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_c}{\partial y^2} \right) \quad (7)$$

Para el fluido frío:

$$\rho_f c_f v_x \frac{\partial T_f}{\partial x} = k_f \left(\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} \right) \quad (8)$$

En las ecuaciones (7) y (8) se puede observar que se considera que la velocidad solo tiene en componente x , mientras que el término difusivo considera las direcciones x y y . Para poder resolver el modelo matemático son necesarias las siguientes condiciones de frontera.

En $x = 0$:

Para fluido caliente:

$$T(0, y) = T_{o,c} \quad (9)$$

Para fluido frío

$$T(0, y) = T_{o,f} \quad (10)$$

En $x = L$:

Para fluido caliente:

$$\left. \frac{\partial T_c}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (11)$$

Para fluido frío

$$\left. \frac{\partial T_f}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (12)$$

En la interfaz $y = y_{int}$:

Flujo de calor entre fases:

$$k_c \frac{\partial T_c}{\partial y} = k_f \frac{\partial T_f}{\partial y} \quad (13)$$

Equilibrio térmico en la interfaz

$$T_c = T_f. \quad (14)$$

3.1. Modelo discretizado

Las ecuaciones (7) y (8) son discretizadas en diferencias finitas junto con sus condiciones de frontera con el fin de elaborar un programa computacional, como se muestra a continuación:

Para fluido caliente y frío la discretización tiene la siguiente forma:

$$(r_1 - 1)T_{i+1,j} + (r_1 + 1)T_{i-1,j} + r_2(T_{i,j+1} + T_{i,j-1}) - 2(r_1 + r_2)T_{i,j} = 0 \quad (15)$$

Donde

$$r_1 = \frac{2k}{\rho c v \Delta x} \quad \text{y} \quad r_2 = r_1 \frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}. \quad (16)$$

4. DISEÑO EXPERIMENTAL

Con el fin de validar el modelo matemático, se realizaron experimentos en un intercambiador de calor de placas planas comercial como se muestra en la figura 4 cuyas características son:

Tabla 1

Modelo	B3-12-020-1.0
Área de intercambio de calor	0.24 m ²
Temperatura máxima	225 °C
Material	Acero inoxidable 304

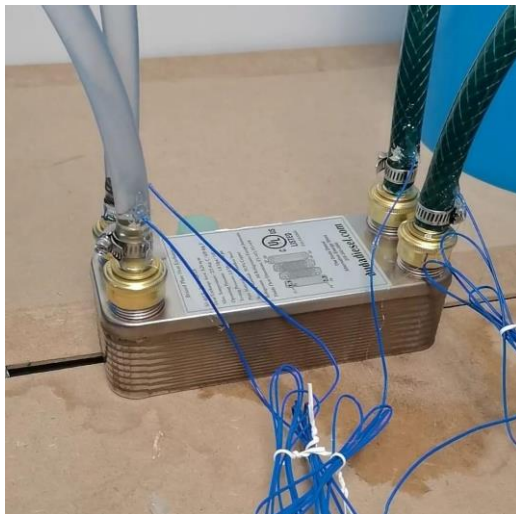


Figura 4. Intercambiador de calor de placas planas.

Los experimentos consisten en conectar el intercambiador de calor a un depósito de agua caliente (40°C, 50°C, 60°C y 70°C y

70°C) y a un depósito de agua a temperatura ambiente, variando ambos caudales.

Se tomaron mediciones de temperaturas en las entradas y salidas de los fluidos (frío y caliente) con un termopar TASI modelo TA612C de cuatro canales como se muestra en la figura 5.



Figura 5. Termopar de cuatro canales

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Se realizaron 60 experimentos variando caudales del fluido frío y caliente, además se realizaron experimentos variando la temperatura del fluido caliente (40°C, 50°C, 60°C y 70°C). Se tomaron en cuenta los datos experimentales de los caudales y temperaturas de entrada para suministrar al modelo matemático y validarlo con las temperaturas de salida, como se muestra en la figura 6.

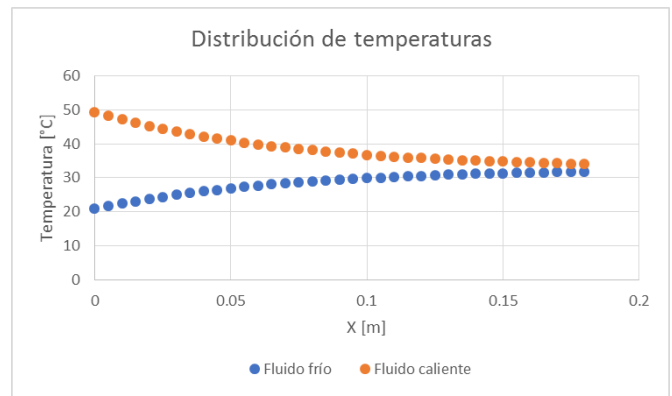


Figura 6. Distribución de temperaturas en el intercambiador de calor.

La figura 6 es el resultado de la solución numérica del modelo matemático, muestra la temperatura a lo largo del

intercambiador de calor hasta llegar a la salida. El criterio para validar la simulación es la comparación con los resultados experimentales. La Tabla 1 muestra las temperaturas numéricas y experimentales a la salida del intercambiador de calor. La figura 7 muestra el error de las simulaciones comparados con los datos experimentales, debido a que los datos de entrada del modelo matemático son los caudales de los fluidos fríos y calientes, así como la temperatura de entrada de dichos fluidos, los errores se calcularon tomando en cuenta la temperatura de salida de la simulación comparada con su correspondiente temperatura experimental mediante la siguiente expresión:

$$\%Error = \frac{|T_{experimental} - T_{numerica}|}{T_{experimental}} \times 100 .$$

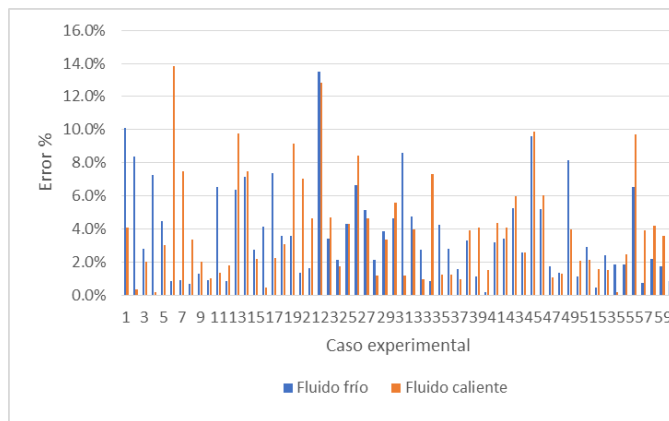
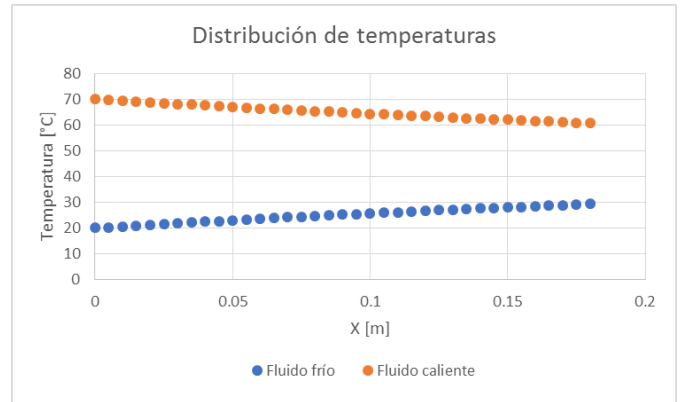


Figura 7. Porcentaje de error de las simulaciones comparadas con los experimentos.

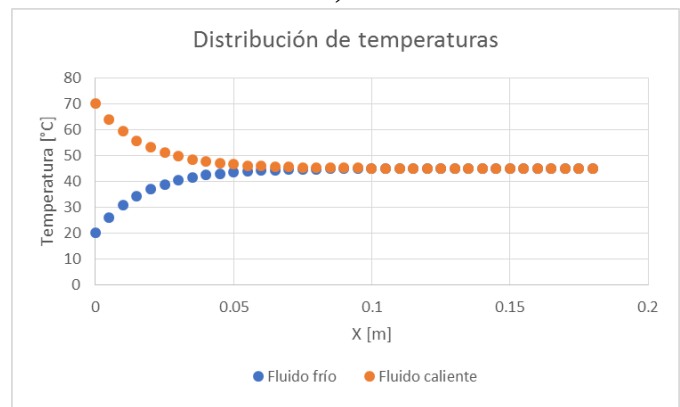
El error promedio de las temperaturas, tanto para el fluido frío como caliente es de 3.7% con una desviación estándar de 0.028, por lo que se puede considerar que el modelo reproduce de manera fiel los datos experimentales.

Una vez validado el modelo matemático es posible determinar el coeficiente de transferencia de calor U y efectividad ε de manera precisa, además que se puede tener una gran cantidad de resultados en un tiempo reducido.

Con el fin de observar el comportamiento de las temperaturas se realizaron simulaciones variando el gasto másico de ambos fluidos (0.01 y 0.25 kg/s), además se consideran dos temperaturas de entrada (70°C y 20°C).



a)



b)

Figura 8 Distribución de temperaturas para caudales iguales a) 0.25 Kg/s b) 0.01 Kg/s.

La figura 8 muestra el diferente comportamiento de las temperaturas a pesar que el caudal es el mismo en ambos fluidos. En la figura 8a vemos que la diferencia de temperaturas entre la entrada y la salida es menor en comparación de la figura 8b, esto es debido a que el caudal es alto lo que no da tiempo de transferir la energía del fluido caliente, en la figura 8b es el caso opuesto, el caudal es bajo permitiendo casi llegar al equilibrio térmico.

La figura 9 muestra el comportamiento térmico para el caso en el fluido caliente fluye muy rápido (0.25 Kg/s) mientras que el fluido frío fluye lento (0.01 Kg/s), se observa que el fluido caliente tiene una diferencia de temperaturas mínima, mientras que el fluido frío llega casi hasta el equilibrio térmico, debido a que su velocidad es baja y tiene el tiempo suficiente para absorber la energía del fluido caliente.

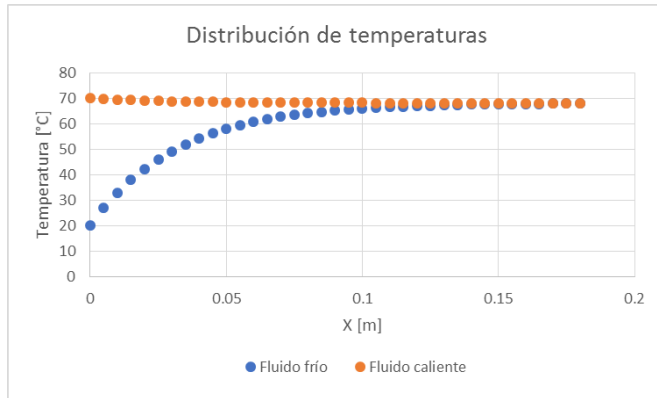


Figura 9. Distribución de temperaturas para gastos másicos diferentes.

La tabla 1 muestra los resultados del cálculo de la efectividad y el coeficiente global de transferencia de calor en función de los caudales, donde se muestra que a pesar que en los primeros dos casos el caudal es el mismo los valores de efectividad y el coeficiente global varían de manera significativa.

Tabla 1. Resultados de efectividad y el coeficiente global de transferencia de calor

Gasto másico [Kg / s]	Efectividad ε [%]	Coeficiente global U [W / m ² °C]
Caliente 0.25 Frío 0.25	18.6	1013.2
Caliente 0.01 Frío 0.01	50	883
Caliente 0.25 Frío 0.01	95	942

CONCLUSIONES

El documento aborda exhaustivamente el modelado matemático de los intercambiadores de calor de placas planas, subrayando su eficiencia y compacidad. El estudio incluye la formulación de ecuaciones de transferencia de calor y balance de energía, enfatizando la importancia de los coeficientes de transferencia de calor y la efectividad del intercambiador. A través de métodos numéricos como diferencias finitas y elementos finitos, se resuelven las complejas ecuaciones para optimizar el rendimiento de estos

dispositivos. Además, el modelo matemático desarrollado se valida experimentalmente, mostrando un error promedio del 3.7%, lo que demuestra su precisión. Finalmente, el análisis permite calcular de manera precisa el coeficiente de transferencia de calor y la efectividad del intercambiador, proporcionando una herramienta útil para el diseño y la operación eficiente de estos sistemas en diversas aplicaciones industriales y domésticas.

REFERENCIAS

- [1] INCROPERA, F. P., & DEWITT, D. P. (2006). FUNDAMENTALS OF HEAT AND MASS TRANSFER. JOHN WILEY & SONS.
- [2] KAKAÇ, S., & LIU, H. (2002). HEAT EXCHANGERS: SELECTION, RATING, AND THERMAL DESIGN. CRC PRESS.
- [3] SHAH, R. K., & SEKULIC, D. P. (2003). FUNDAMENTALS OF HEAT EXCHANGER DESIGN. JOHN WILEY & SONS.
- [4] WANG, L., SUNDEN, B., & MANGLIK, R. M. (2007). PLATE HEAT EXCHANGERS: DESIGN, APPLICATIONS AND PERFORMANCE. WIT PRESS.
- [5] BEJAN, A. (2013). CONVECTION HEAT TRANSFER. JOHN WILEY & SONS.
- [6] KERN, D. Q. (1950). PROCESS HEAT TRANSFER. MCGRAW-HILL.
- [7] ÖZISIK, M. N. (1985). HEAT TRANSFER: A BASIC APPROACH. MCGRAW-HILL.
- [8] MILLS, A. F. (1995). HEAT TRANSFER. IRWIN.
- [9] VERSTEEG, H. K., & MALALASEKERA, W. (2007). AN INTRODUCTION TO COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS: THE FINITE VOLUME METHOD. PEARSON EDUCATION.
- [10] Y. A. ÇENGEL AND A. J. GHAJAR, TRANSFERENCIA DE CALOR Y MASA: FUNDAMENTOS Y APLICACIONES, 4TH ED. NEW YORK: MCGRAW-HILL, 2015.