

IMPLEMENTACIÓN DE UNA FUNCIÓN DE ENFOQUE PARA IMÁGENES MIGRADAS EN RADARES DE PENETRACIÓN TERRESTRE

Plata-Galvis Andres-Fernando¹, Olvera-Cervantes Jose-Luis^{1*}, Corona-Chavez Alonso¹, y Serrano-Luna Jheyston-Omar²

¹Departamento de electrónica, Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, Puebla, México. Luis Enrique Erro #1.

²Departamento de electrónica, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.

*jolvera@inaoe.mx

RESUMEN.

En este trabajo, se propone una función que captura las variaciones, debidas a los cambios en la parte real de la permitividad relativa y la conductividad, en la imagen migrada mediante el método de Suma Hiperbólica. La función propuesta es probada con imágenes GPR generadas en simulaciones y en experimentos en entorno de laboratorio. Para las simulaciones se implementó un programa en Python basado en el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD). Para los experimentos se utilizó un sistema de alta frecuencia que opera de 3.5GHz a 9GHz en un entorno de laboratorio. Adicionalmente, se incluye una metodología para mejorar la calidad de las imágenes crudas mediante la corrección de tiempo-cero y la identificación de hipérbolas de reflexión. Los datos de simulación y en experimento demuestran que la función propuesta fue implementada exitosamente permitiendo identificar los cambios en la parte real de la permitividad relativa y la conductividad.

Palabras Clave: Procesamiento de imágenes, Métricas de enfoque, GPR, Propiedades dieléctricas.

ABSTRACT.

This work presents a function that captures variations due to changes in the real part of the relative permittivity and conductivity in the migrated image using the Hyperbolic Sum method. The proposed function is tested with GPR images generated through simulations and laboratory experiments. For the simulations, a Python program based on the Finite-Difference Time-Domain (FDTD) method is implemented. For the experiments, a high-frequency system operating from 3.5 GHz to 9 GHz is used in a laboratory environment. Additionally, a methodology to enhance the quality of raw images through time-zero correction and the identification of reflection hyperbolas is included. The simulation and experimental data demonstrate that the proposed function is successfully implemented, enabling the identification of changes in the real part of the relative permittivity and conductivity.

Keywords: Image Processing, Focus metrics, GPR, Dielectric Properties

1. INTRODUCCIÓN.

El radar de penetración terrestre (GPR) permite estudiar el subsuelo sin necesidad de perforación o excavación. Esta técnica puede detectar objetos, estimar las propiedades eléctricas del subsuelo e identificar grietas en construcciones [1], [2]. El GPR transmite un pulso electromagnético de corta

duración al subsuelo mediante una antena transmisora. Las ondas se propagan a través del subsuelo y se reflejan por cualquier objeto en su camino. Las ondas reflejadas, que contienen información sobre el subsuelo, son recibidas por una antena receptora [3]. Las mediciones de GPR se organizan en un radargrama o imagen B-scan, formada por mediciones de ondas reflejadas (A-scan) obtenidas en diferentes puntos a lo largo del eje de exploración.

La permitividad relativa de un material es un número complejo donde la parte real indica la capacidad del material para almacenar energía eléctrica y la parte imaginaria está asociada a la pérdida de energía [4]. La parte real de la permitividad relativa, también conocida como constante dieléctrica, puede asociarse con el estado del pavimento asfáltico [5], el rastreo de rutas de contaminantes en el suelo [6], y con la densidad media del manto de nieve [7], entre otros.

Los métodos de migración son técnicas que transforman la imagen B-scan desenfocada en una imagen enfocada, permitiendo la identificación de objetos enterrados por su forma y posición. La calidad de la imagen migrada depende de la velocidad de propagación (v_p) de la onda en un medio no magnético. Esta velocidad está relacionada con la velocidad de la luz (c), la constante dieléctrica (ϵ_{rs}) y conductividad eléctrica (σ_s), como se muestra en la ecuación (1). Así, la velocidad de propagación o la constante dieléctrica del medio debe ser estimada correctamente para que la energía en la imagen migrada se concentre en unos pocos píxeles cuando los objetos enterrados son tubos o esferas [8].

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{rs} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma_s}{\omega}} + 1 \right)}} \quad (1)$$

En la literatura se han reportado varios trabajos que definen el grado de enfoque de una imagen migrada mediante indicadores como la nitidez [9], la intensidad [10], la entropía [11], el contraste [12] y estadísticas de orden superior [13]. En [14], se aplica la migración de Stolt y se estudia la variación de la constante dieléctrica utilizando una técnica de entropía mínima.

En [15], se lleva a cabo el proceso de migración utilizando el método de Migración en Tiempo Inverso (RTM), comparando tres métricas de enfoque: “concentration techniques” (COT), “averaged intensity techniques” (AIT) y “image contrast based techniques” (ICBT). Los resultados muestran que las tres métricas convergen a un valor único para la constante dieléctrica, lo cual proporciona una velocidad de migración adecuada. En [16], se aplica la migración de Stolt y se analizan los perfiles migrados utilizando una velocidad mayor a la del medio, una velocidad menor y la velocidad del medio. Además, se comparan varias métricas de enfoque, incluyendo “Averaged Intensity Techniques” (AIT), “Entropy-Based Technique” (EBT), “Image Contrast-Based Techniques” (ICBT) y “Higher-Order Techniques” (HOT). Los estudios previos se basan en extraer solo una característica de la imagen migrada para evaluar su grado de enfoque.

En este trabajo, se analizan los perfiles migrados para cambios en la constante dieléctrica y conductividad eléctrica de escenarios GPR homogéneos e isotrópicos con objetos cilíndricos enterrados. Además, se introduce un programa de código abierto para resolver las ecuaciones de Maxwell utilizando el método FDTD [17]. Asimismo, se desarrolla una metodología para el preprocesamiento de imágenes crudas obtenidas en simulación y en experimentos, con el objetivo de resaltar la hipérbola de reflexión. El análisis se centra en la construcción de una función de enfoque basada en la extracción de cuatro características de la imagen migrada; esta función captura eficazmente los cambios en la imagen migrada debido a variaciones en las propiedades dieléctricas.

2. ADQUISICIÓN DE DATOS.

2.1. Entorno de simulación.

La Figura 1 muestra el entorno de simulación del programa desarrollado para este trabajo. El programa está implementado en el lenguaje de programación Python 3 y está disponible en la página oficial de PyPi [18]. En [18], se incluye una descripción del proyecto, un glosario de los términos utilizados en la simulación, y un código de ejemplo de uso. Además, se proporciona un acceso directo para la instalación del paquete “em-simulation” mediante “pip install em-simulation”. Este paquete se puede instalar en un entorno local o virtual como Google Colab. Para ejecutar el programa en Google Colab, primero se instala el paquete usando la instrucción “!pip install em-simulation”. Luego, se importa la función “run_image”, la cual recibe los parámetros de simulación (D_m , w_s , P_c , D_c , ϵ_{rc} , σ_c , r_c , Rx_x , Rx_y , Tx_x , Tx_y , ϵ_{rs} , σ_s) y finalmente se ejecuta el programa, generando la matriz del campo eléctrico recibido en la posición del receptor.

En la Figura 1, D_m representa el tamaño del escenario en y ; W_s es el tamaño del escenario en x ; D_s es la altura del subsuelo; Rx_x y Rx_y son las posiciones en x y y de la antena receptora; Tx_x y Tx_y son las ubicaciones en x y y de la antena transmisora; “steps” es el número de pasos de la antena; ϵ_{rs} y σ_s son la constante dieléctrica y la conductividad del subsuelo, respectivamente; y P_c , D_c , ϵ_{rc} , σ_c , y r_c son la posición, la profundidad, la constante dieléctrica, la conductividad y el radio del objeto cilíndrico, respectivamente.

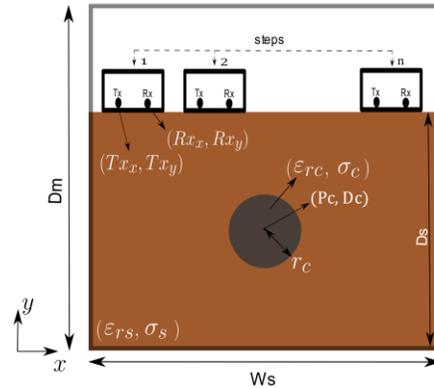


FIGURA 1. Entorno de simulación para un escenario GPR.

El paquete “em-simulation” está construido mediante la implementación de cuatro módulos. En el primer módulo, se define la forma de onda que se propagará en el medio. En el segundo, se crea el subsuelo y los objetos enterrados. En el tercer módulo, se construye la barrera absorbente para los límites del modelo computacional y se lleva a cabo la propagación o simulación electromagnética bidimensional. En la simulación electromagnética bidimensional, se pueden desarrollar las ecuaciones para dos modos: el modo transversal magnético, con los vectores \vec{E}_z , \vec{H}_y y \vec{H}_x , y el modo transversal eléctrico, con los vectores \vec{E}_x , \vec{E}_y y \vec{H}_z [17]. En este trabajo, se resuelven las ecuaciones (2) a (4) considerando las derivadas parciales con aproximaciones en diferencias finitas y el método FDTD. En la implementación se requiere una discretización espacial y temporal utilizando una celda de Yee. La discretización temporal sigue la condición de estabilidad de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL).

$$\frac{\partial \vec{H}_x}{\partial t} = \frac{-1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial \vec{E}_z}{\partial y} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{H}_y}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial \vec{E}_z}{\partial x} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \vec{D}_z}{\partial t} = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}} \left(\frac{\partial \vec{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \vec{H}_x}{\partial y} \right), \quad (4)$$

En las ecuaciones (2) a (4), \vec{E} es la intensidad del campo eléctrico normalizado, \vec{D} es la densidad de flujo eléctrico normalizado, \vec{H} es la intensidad de campo magnético (A/m), ϵ_0 es la permitividad del espacio libre, μ_0 es la permeabilidad en el espacio libre. Finalmente, en el cuarto módulo, se combinan los módulos anteriores para generar las imágenes GPR y guardar los resultados de la simulación en un archivo con extensión ".npy".

2.2. Entorno de medición en el laboratorio.

La Figura 2 muestra el banco de medición utilizado en este trabajo. El banco consiste en un analizador de redes vectorial (VNA, Vector Network Analyzer) Agilent N9918A, una antena de bocina con un ancho de banda de 3 GHz a 10 GHz, un tubo metálico de 2.9 cm de radio, un riel lineal de 1.5 m de longitud, y una caja de madera llena de arena para construcción adquirida en una tienda local de materiales. El VNA se configura para operar con un solo puerto, en un rango de frecuencias de 3.5 GHz a 9 GHz, con una potencia de 2 dBm, 801 puntos de medición y un ancho de banda de IF de 1 kHz. Antes de conectar la antena, el VNA se calibra en el puerto de medición mediante la técnica SOL (incluida en el VNA), utilizando un kit de calibración coaxial. Una vez calibrado el VNA, se mide el parámetro S11 en la posición x_0 . luego, se desplaza todo el sistema (VNA y antena) 1 cm sobre el riel para situarlo en la posición x_1 y realizar una nueva medición. Este proceso se repite 80 veces hasta llegar a la posición x_{80} . Para formar la imagen B-scan, se aplica una ventana Hamming a cada medición del parámetro S11, luego el resultado se convierte al dominio del tiempo mediante la transformada inversa de Fourier. En este paso, se especifica que el número de puntos de salida de la transformada sea cuatro veces mayor que la longitud de la medición original (801 puntos). Esto implica que la señal se rellenará con ceros al final hasta completar la longitud de salida y mejorar así la resolución de la imagen.

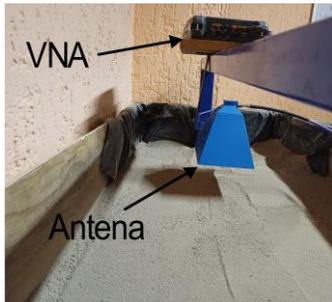


FIGURA 2. Entorno de medición en laboratorio.

3. PREPROCESAMIENTO DE IMÁGENES.

El objetivo del preprocesamiento es resaltar la hipérbola de reflexión proveniente del objeto enterrado y la eliminación de ruido. La etapa de preprocesamiento se aplica a las imágenes B-scan obtenidas tanto de simulaciones como de mediciones en

laboratorio. Esta etapa incluye procesos de corrección de tiempo-cero y aplicación de una ventana de tiempo mediante la identificación de la hipérbola de reflexión.

El preprocesamiento comienza realizando un ajuste del retraso de tiempo entre el inicio de la transmisión y la primera recepción de la señal, conocido como ajuste de tiempo-cero [19]. Luego, se aplica una ventana de tiempo tipo Gaussiana a la imagen obtenida después de la corrección de tiempo-cero (B_{TZ}). En este proceso, una función Gaussiana se multiplica por cada A-scan de la imagen B_{TZ} , como se muestra en la ecuación (5),

$$B_g[i, j] = B_{TZ}[j, :] \cdot G_j \quad \forall j, \quad (5)$$

donde i representa los índices de las filas, y j indica los índices de las columnas y abarca hasta el número total de A-scan que conforman la imagen. B_g representa la imagen final después de la etapa de procesamiento, y G_j es la función Gaussiana aplicada a cada A-scan, como se denota en la ecuación (6),

$$G_j(i) = e^{-\frac{(i-P_j)^2}{2w^2}}, \quad (6)$$

donde P_j representa la posición del centro del pulso gaussiano para cada A-scan, y w denota el ancho del pulso gaussiano, que es igual al ancho del pulso transmitido y está relacionado con la frecuencia central del radar (f_c), dado por $w = 1/f_c$. Este ancho permite capturar toda la hipérbola de reflexión mientras filtra otras señales en la imagen.

Las posiciones P_j son determinadas mediante la implementación del método DCSE propuesto en [20]. Este enfoque utiliza técnicas de procesamiento de imágenes para extraer puntos (j, P_j) de la señal reflejada, a partir de realizar un ajuste hiperbólico.

4. GENERACIÓN DE IMÁGENES MIGRADAS.

En esta etapa, la imagen B_g se procesa utilizando el método de migración de Suma Hiperbólica [21], como se describe en la ecuación (7),

$$M_h(x, y) = \sum_{j=1}^J B_g \left[x_j, \frac{2R_j}{v_p} \right], \quad (7)$$

en donde,

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{rs} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma_s}{\omega}} + 1 \right)}}, \quad R_j = \sqrt{(x - x_j)^2 + y^2}, \quad (8)$$

donde ω es la frecuencia angular, M_h es la imagen migrada, x y y representan la dirección de escaneo del radar y la profundidad del subsuelo, respectivamente. J denota el número total de A-scans que conforman la imagen, v_p representa la velocidad de propagación, y R_j corresponde a la distancia entre la posición del radar y las coordenadas de la imagen migrada (x, y).

La constante dieléctrica ϵ_{rs} impacta directamente la velocidad de la onda y el tiempo de propagación de las ondas electromagnéticas, lo cual influye significativamente en la calidad de los resultados de la migración. Un valor específico de ϵ_{rs} se considera óptimo cuando la imagen migrada muestra una alta concentración de energía en la región donde se encuentra el objeto enterrado. Sin embargo, si el valor de ϵ_{rs} no es el adecuado, el área ocupada por la energía aumenta, resultando en una imagen migrada borrosa. Este efecto es aprovechado para definir la función de enfoque propuesta.

5. FUNCIÓN DE ENFOQUE.

El primer paso consiste en obtener la imagen migrada M_h correspondiente a un valor estimado de ϵ_{rs} y conductividad σ_s . Posteriormente, se genera una nueva imagen normalizada \overline{M}_h en un rango de 0 a 1. Luego se crean dos imágenes binarias: la imagen de ruido y la imagen principal, determinadas por la intensidad de \overline{M}_h . Las intensidades entre 0.03 y 0.2 forman la imagen de ruido, mientras que las intensidades entre 0.4 y 1 forman la imagen principal. Cualquier valor fuera de estos rangos especificados se muestra en color negro, con un valor en la escala RGB de 0; de lo contrario, se asigna color blanco con un valor en la escala RGB de 255. Se excluyen los valores de intensidad que oscilan entre 0.2 y 0.4 en \overline{M}_h , ya que representan una transición de amplitud entre la señal de ruido de baja amplitud y la señal de máxima amplitud, y no contienen información relevante para esta implementación.

En el siguiente ejemplo se emplea una imagen de B-scan simulada con $\epsilon_{rs} = 10$. En la Figura 3(a), se muestra la imagen migrada normalizada \overline{M}_h , obtenida con una estimación incorrecta de $\epsilon_{rs} = 4.5$. En la Figura 3(c) se presenta la imagen de ruido, de la cual se calcula el área ocupada por los píxeles blancos, denotada como A_n . Posteriormente, las Figuras 3(b) y 3(d) muestran la imagen principal, a partir de la cual se derivan seis parámetros: I_H , es la altura de la imagen en píxeles; I_W , el ancho de la imagen en píxeles; A_p , el área ocupada por píxeles blancos en la imagen principal; C , una lista que contiene los centroides de cada mancha; R_c , una lista que contiene todos los radios r_i de cada mancha en la imagen principal. Estos parámetros definen la función de enfoque propuesta como $f_e(A_n, A_p, I_H, I_W, C, R_c)$.

Los parámetros R_c y C se calculan utilizando la biblioteca Python OpenCV (cv2), como se muestra en el siguiente pseudocódigo de Python (consulte Tabla 1). OpenCV es una biblioteca de código abierto para el procesamiento de imágenes y videos en Python. En la primera línea del pseudocódigo, se identifican los contornos actuales de la imagen principal (I_p), que representan las manchas blancas de la imagen. Luego, las líneas 7 y 8 determinan las coordenadas x y y de los centroides para cada mancha, utilizando los momentos calculados en la

línea 3. Finalmente, R_c es una lista donde el radio para cada mancha se calcula previamente en la línea 10.

Finalmente, la función de enfoque se denota como f_e y se define a partir de los parámetros extraídos de la imagen principal y la imagen de ruido, como se muestra en la ecuación (9).

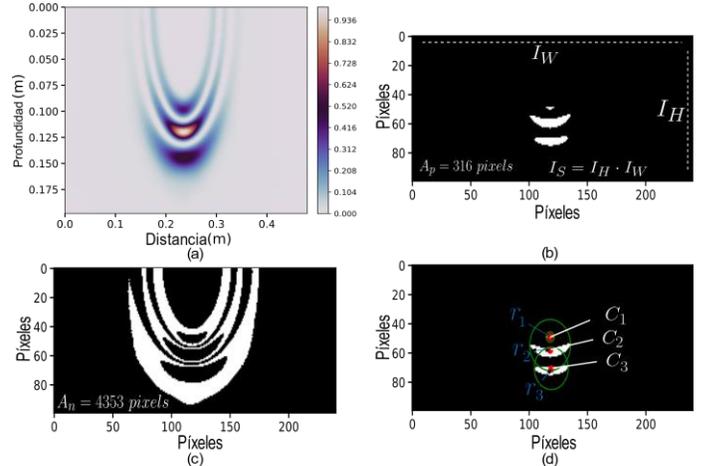


FIGURA 3. Imagen: (a) migrada normalizada, (b) principal, (c) de ruido, y (d) parámetros R_c y C para la imagen principal.

Tabla 1. Pseudocódigo para la extracción de C y R_c .

Python pseudocódigo	
Input:	Imagen principal (I_p)
Output:	R_c, C
1:	contours = cv2.findContours(I_p , cv2.RETRLIST, cv2.CHAIN-APPROX-SIMPLE)
2:	for cnt in contours do:
3:	M = cv2.moments(cnt)
4:	if (M["m00"]!=0) then
5:	x = int(M["m10"]/M["m00"])
6:	y = int(M["m01"]/M["m00"])
7:	xCentroid.append(x)
8:	yCentroid.append(y)
9:	C = np.concatenate((xCentroid,yCentroid))
10:	radius = cv2.minEnclosingCircle(cnt)
11:	R_c .append(radius)
12:	else:
13:	Radiusmax = 0
14:	Ctd = 0
15:	end if
16:	end for

$$f_e = \frac{A_p + A_n}{I_s} + \frac{\sum_i r_i}{I_w} + \left| \frac{C_{i,x} - \frac{I_w}{2}}{\frac{I_w}{2}} \right| \quad (9)$$

En la ecuación (9), $\sum_i r_i$ realiza la sumatoria de todos los radios presentes en la lista R_c , I_s es el tamaño de la imagen principal en píxeles ($I_s = I_w \cdot I_H$), y $C_{i,x}$ representa la coordenada en x del centroide para cada mancha.

6. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.

La función de enfoque propuesta se evalúa utilizando imágenes de GPR obtenidas tanto de simulaciones como de mediciones de laboratorio. Se generan cinco imágenes simuladas a partir de simulaciones electromagnéticas en 2D. En las primeras tres imágenes, el medio tiene una constante dieléctrica de 6 y la conductividad se varía a $2mS/m$, $3mS/m$ y $4mS/m$. Luego, la constante dieléctrica se cambia a 10 y finalmente a 12, manteniendo una conductividad de $3mS/m$. En todos los escenarios, el objeto cilíndrico enterrado se encuentra a una profundidad de $15cm$, con un radio de $3cm$, una constante dieléctrica de 2 y una conductividad de $5.81e7 S/m$.

Los resultados tras aplicar la etapa de preprocesamiento a las imágenes crudas obtenidas tanto de simulaciones como de mediciones se muestran en la Figura 4. En la Figura 4(a) se presenta la imagen B_g para la imagen simulada con valores de $\epsilon_{rs} = 6$ y $\sigma_s = 3mS/m$, y en la Figura 4(b) se muestra la B_g para la imagen obtenida en las mediciones de laboratorio. En ambos casos, se aprecia que se resalta la hipérbola de reflexión, eliminando efectivamente la onda directa y el ruido.

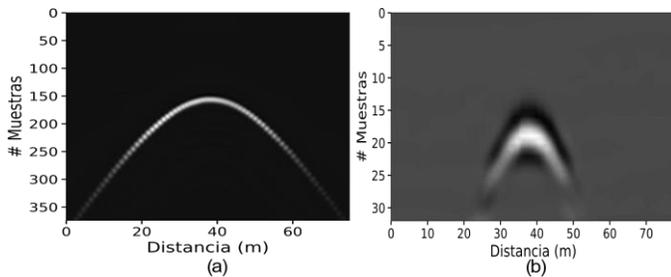


FIGURA 4. Imágenes preprocesadas con: (a) simulaciones y (b) mediciones.

El análisis del comportamiento de la imagen migrada cuando varían las propiedades dieléctricas se muestra en la Figura 5. Este análisis se basa en una imagen simulada con una constante dieléctrica de 6 y una conductividad de $3mS/m$. La migración se realiza inicialmente con estos valores, como se muestra en la Figura 5(b). Posteriormente, se modifica la constante dieléctrica a $\epsilon_{rs} = 4$ y $\epsilon_{rs} = 10$, los resultados se muestran en las Figuras 5(a) y 5(c), respectivamente. Se observa que valores de ϵ_{rs} distintos del valor simulado aumentan el área y alteran la forma

de la energía en la imagen migrada. En un segundo análisis, manteniendo $\epsilon_{rs} = 6$, se varía la conductividad a 0 y $2S/m$, los resultados son ilustrados en las Figuras 5(d) y 5(f), respectivamente. Estos resultados indican que la conductividad no tiene una influencia significativa en la imagen migrada.

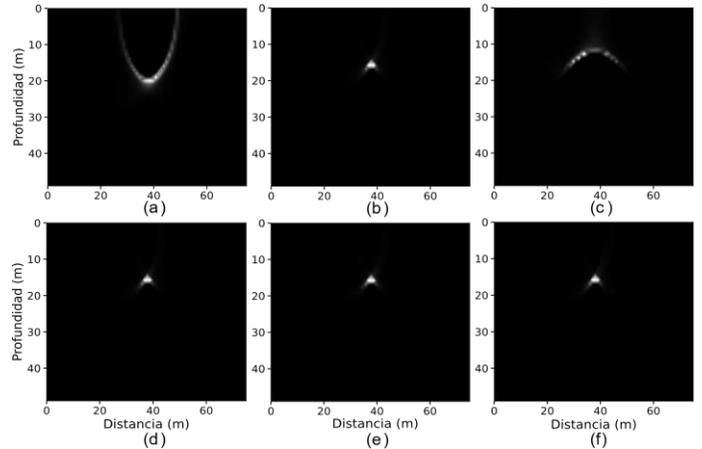


FIGURA 5. Migración para: (a) ϵ_{rs} mayor, (b) ϵ_{rs} igual al de la simulación, (c) ϵ_{rs} menor, (d) σ_s menor, (e) σ_s igual al de la simulación, y (f) σ_s mayor.

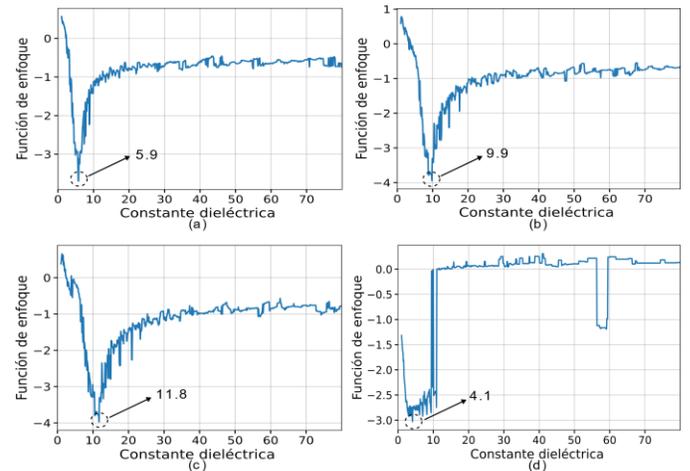


FIGURA 6. Función de enfoque vs la variación de la constante dieléctrica para un escenario simulado con $\sigma_s = 3 mS/m$ y ϵ_{rs} de (a) 6, (b) 10, (c) 12, y (d) medido en laboratorio.

En la Figura 6 se presenta la evaluación de la función de enfoque propuesta, variando ϵ_{rs} de 1 a 80 en pasos de 0.1. Las imágenes simuladas utilizadas en este análisis son tres: la primera con $\epsilon_{rs} = 6$ y $\sigma_s = 3mS/m$, la segunda con $\epsilon_{rs} = 10$ y $\sigma_s = 3mS/m$, y la tercera con $\epsilon_{rs} = 12$ y $\sigma_s = 3mS/m$. Los resultados se presentan en las Figuras 6(a), 6(b) y 6(c), respectivamente. En la Figura 6(d) se muestran los resultados obtenidos para la imagen medida en laboratorio. Se puede

observar que la función de enfoque propuesta muestra un mínimo global en todo el rango de análisis, y este valor mínimo es cercano al valor real utilizado en la simulación. Esto indica que la función de enfoque percibe efectivamente los cambios en la imagen migrada cuando varía la constante dieléctrica, mientras que los cambios en la conductividad no tienen una fuerte influencia en la imagen migrada. Esta característica es una ventaja en escenarios reales donde se desconoce la conductividad y se desea estimar la velocidad de propagación a partir de un valor de constante dieléctrica obtenido mediante la función de enfoque.

7. CONCLUSIONES.

En este estudio, se implementó y evaluó la eficacia de una función de enfoque propuesta para mejorar la calidad de las imágenes obtenidas mediante el método de migración de Suma Hiperbólica. Se utilizaron imágenes simuladas generadas mediante un programa basado en FDTD para simulaciones electromagnéticas en 2D, junto con mediciones de laboratorio. El programa es de acceso libre y de código abierto para la comunidad. Se analizó el impacto de variaciones en la constante dieléctrica (ϵ_{rs}) y la conductividad (σ_s) en la calidad de las imágenes migradas. Se observó que la función de enfoque identifica de manera efectiva los cambios en la imagen migrada cuando varía ϵ_{rs} , mostrando un mínimo global cercano al valor real utilizado en las simulaciones. Además, se determinó que las variaciones en σ_s tienen una influencia mínima en la calidad de la imagen migrada, lo cual es beneficioso en escenarios donde la conductividad es desconocida y se busca estimar la velocidad de propagación a partir de la constante dieléctrica estimada. En investigaciones futuras, este trabajo servirá como base para desarrollar una función objetivo dentro de un método de optimización global que permita la estimación automática de las propiedades dieléctricas del medio.

8. REFERENCIAS.

- [1] A. Osella and J. L. Lanata, *Archaeogeophysics: An interdisciplinary methodology to explore the past*, 1st ed. Buenos Aires, República Argentina: Felix de Azara Natural History Foundation, 2006.
- [2] Í. Kaplanvural, "Volumetric water content estimation of concrete by particle swarm optimization of GPR data," *Constr Build Mater*, vol. 375, Apr. 2023, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2023.130995.
- [3] H. M. Jol, *Ground penetrating radar: theory and applications*, 1st ed. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier B.V., 2009. doi: 10.1016/B978-1-4160-5009-4.50004-2.
- [4] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, 4th ed., vol. 148. Massachusetts, United States: John Wiley & Sons, Inc., 2012.
- [5] A. K. Khamzin, A. V. Varnavina, E. V. Torgashov, N. L. Anderson, and L. H. Sneed, "Utilization of air-launched ground penetrating radar (GPR) for pavement condition assessment," *Constr Build Mater*, vol. 141, pp. 130–139, 2017, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2017.02.105.
- [6] J. E. Nyquist, L. Toran, L. Pitman, L. Guo, and H. Lin, "Testing the Fill-and-Spill Model of Subsurface Lateral Flow Using Ground-Penetrating Radar and Dye Tracing," *Vadose zone journal*, vol. 17, p. 170142, 2018, doi: 10.2136/v.
- [7] A. Lundberg, C. Richardson-Näslund, and C. Andersson, "Snow density variations: Consequences for ground-penetrating radar," *Hydrol Process*, vol. 20, no. 7, pp. 1483–1495, 2006, doi: 10.1002/hyp.5944.
- [8] J. R. Dujardin and M. Bano, "Topographic migration of GPR data: Examples from Chad and Mongolia," *Comptes Rendus - Geoscience*, vol. 345, no. 2, pp. 73–80, 2013, doi: 10.1016/j.crte.2013.01.003.
- [9] R. L. Morrison, M. N. Do, and D. C. Munson, "SAR image autofocus by sharpness optimization: A theoretical study," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 16, no. 9, pp. 2309–2321, Sep. 2007, doi: 10.1109/TIP.2007.903252.
- [10] J. R. Fienup, "Synthetic-aperture radar autofocus by maximizing sharpness," in *OPTICS LETTERS*, 2000. doi: 10.1364/OL.25.000221.
- [11] L. X. Liu Guosui and S. Member, "Autofocusing of ISAR Images Based on Entropy Minimization," *IEEE Trans Aerosp Electron Syst*, vol. 35, no. 4, pp. 1240–1252, Oct. 1990, doi: 10.1109/7.805442.
- [12] A. Paupolis, P. J. Swerling, I. S. Sokolnikoff, E. S. Sokolnikoff, and P. Rohan, "Autofocusing of Inverse Synthetic Aperture Radar Images Using Contrast Optimization," *IEEE Trans Aerosp Electron Syst*, vol. 27, no. 9, p. 56, 1991, doi: 10.1109/7.532282.
- [13] F. Ahmad, M. G. Amin, and G. Mandapati, "Autofocusing of through-the-wall radar imagery under unknown wall characteristics," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 16, no. 7, pp. 1785–1795, Jul. 2007, doi: 10.1109/TIP.2007.899030.
- [14] H. Zhou, X. Wan, W. Li, and Y. Jiang, "Combining F-K filter with minimum entropy Stolt migration algorithm for subsurface object imaging and background permittivity estimation," *Procedia Eng*, vol. 23, pp. 636–641, 2011, doi: 10.1016/j.proeng.2011.11.2558.
- [15] D. Feng, T. Li, G. Li, and X. Wang, "Reverse time migration of GPR data based on accurate velocity estimation and artifacts removal using total variation de-noising," *J Appl Geophys*, vol. 198, no. December 2021, p. 104563, 2022, doi: 10.1016/j.jappgeo.2022.104563.
- [16] X. Wei and Y. Zhang, "Autofocusing techniques for GPR data from RC bridge decks," *IEEE J Sel Top Appl Earth Obs Remote Sens*, vol. 7, no. 12, pp. 4860–4868, Dec. 2014, doi: 10.1109/JSTARS.2014.2321710.
- [17] J. E. Houle and D. M. Sullivan, "Electromagnetic simulation using the FDTD method with python," *Electromagnetic Simulation Using the FDTD Method with Python*, pp. 1–198, 2020, doi: 10.1002/9781119565826.
- [18] "2D electromagnetic simulator," PyPi. Accessed: Jul. 01, 2024. [Online]. Available: <https://pypi.org/project/em-simulation/>
- [19] H. Zadhoush and A. Giannopoulos, "Optimizing GPR time-zero adjustment and two-way travel time wavelet measurements using a realistic three-dimensional numerical model," *Near Surface Geophysics*, vol. 20, no. 2, pp. 208–226, 2022, doi: 10.1002/nsg.12193.
- [20] W. Lei *et al.*, "Automatic hyperbola detection and fitting in GPR B-scan image," *Autom Constr*, vol. 106, Oct. 2019, doi: 10.1016/j.autcon.2019.102839.
- [21] C. Özdemir, Ş. Demirci, E. Yiğit, and B. Yilmaz, "A review on migration methods in B-scan ground penetrating radar imaging," *Math Probl Eng*, p. 16, 2014, doi: 10.1155/2014/280738.