

## METODOLOGÍA DE DISEÑO RÁPIDO DE TRANSFORMADORES DE INSTRUMENTACIÓN

López-Villalobos J. Jesús<sup>a</sup>, Arreola-Soria Oscar<sup>a</sup>, Pérez-Ruvalcaba Manuel<sup>a</sup>, Tamez-Álvarez Mario Alberto<sup>a</sup>

Tecnológico Nacional de México, Campus Nuevo León

Departamento Ingeniería Eléctrica y Electrónica

Eloy Cavazos 2001, Col. Tolteca, Guadalupe, N.L., México

8181570500 ext

[\[jose.lv, oscar.as, manuel.pr, mario.ta\]@nuevoleon.tecnm.mx](mailto:[jose.lv, oscar.as, manuel.pr, mario.ta]@nuevoleon.tecnm.mx)

### RESUMEN.

En este trabajo se hace énfasis en el desarrollo de una metodología con la cual podemos modelar el comportamiento de transformadores para la medición de corrientes/voltajes que serán utilizados para mediciones eléctricas, utilizando una herramienta de diseño y ajuste rápido del modelo lineal del transformador con sus efectos por la histéresis que provocan un efecto no lineal en su comportamiento. Lo anterior, facilita el análisis y ayuda a una mejor selección del transformador a utilizar para un determinado proceso de medición de un circuito que requiera de un sistema de adquisición de datos apoyado con un transformador para el aislamiento y/o reducción de niveles de señales eléctricas.

Palabras Clave: transformadores, modelo no lineal, histéresis, estado transitorio, distorsión.

### ABSTRACT.

In this work, emphasis is placed on the development of a methodology with which we can model the behavior of transformers for the measurement of currents/voltages that will be used for electrical measurements, using a design tool and rapid adjustment of the linear model of the transformer with its effects due to hysteresis that cause a non-linear effect on its behavior. The above facilitates the analysis and helps to better select the transformer to use for a specific measurement process of a circuit that requires a data acquisition system supported by a transformer for the isolation and/or reduction of electrical signal levels.

Keywords: transformers, nonlinear model, hysteresis, transient state, distortion.

### 1. INTRODUCCIÓN

Los transformadores en el ámbito de la instrumentación tienen un campo de aplicación muy amplio en diversas aplicaciones que ayudan a la medición de señales eléctricas, obteniendo dos ventajas inherentes aislamiento eléctrico/electromagnético y reducción u ajuste de las señales para poderlas manejar en circuitos electrónicos para su adquisición de datos, un ejemplo de ello son los amplificadores aislados con transformadores AN-935 y AN-937 de Analog Devices y así como otras configuraciones en donde el uso de transformadores discretos apoyan para el acoplamiento de señales[1].

Por otro lado, se tiene que los transformadores son equipos que tienen un comportamiento no lineal en su funcionamiento, debido al núcleo ferromagnético [1,2], el cual presenta efectos como histéresis, saturación y retentividad del flujo magnético como se muestra en la figura 1.

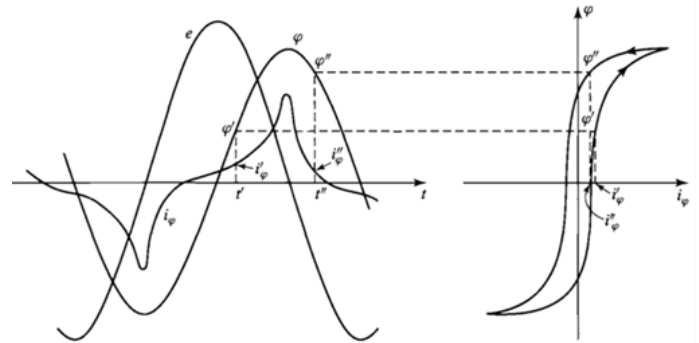


Fig. 1. Distorsión en corriente de excitación debido a curva de histéresis y saturación del núcleo, note la corriente con puntas y desfasada.

Por lo anterior, según se muestra en la figura 1 las ondas mostradas tienen un desfase natural de la señal de entrada del primario con respecto al secundario y además debido al efecto de saturación del núcleo del transformador sufre una distorsión por cuestiones netamente del diseño y se afecta también por las condiciones del modelado del transformador, en donde dichos parámetros se pueden ajustar de acuerdo con el diseño del transformador mismo, de lo cual se explicará más adelante.

A la hora de prever una estimación de un modelo de transformador a aplicar en determinada situación, en este caso para medir corrientes de un laboratorio remoto para motores eléctricos de corriente alterna, que es donde se requiere estimar el comportamiento de un transformador para instrumentar la medición de corriente eléctrica, se requiere el uso de herramientas de software que ayuden a establecer una metodología en donde además se obtenga un aprendizaje adicional para el modelado de la máquina eléctrica estática (transformador) en donde se consideren el modelado dinámico en el ámbito lineal y se consideren los efectos no lineales además; se cuenta con herramientas como Matlab®, Scilab® y Octave®, que con interfaces gráficas pueden ser de ayuda, pero implican un conocimiento amplio de la herramienta, lo cual puede llevar tiempo adicional en el aprendizaje y aplicación del modelo que nos ayude a la selección de un transformador [3]. En el presente trabajo, nos apoyamos en el uso de otra herramienta que nos facilite la especificación de una mejor manera y además nos ayude a una rápida implementación del modelo a evaluar y poder así obtener los parámetros óptimos para el desarrollo y/o selección del transformador adecuado para nuestra aplicación del laboratorio a implementar.

## 2. DESARROLLO

### 2.1. Modelo lineal del transformador

Conservando las características de aislamiento propios del transformador ideal, tales como el número de vueltas de los devanados del transformador, se agregan otros elementos de tipo transitorio que aportan características de comportamiento, propios de los sistemas dinámicos, en otras palabras un filtro compuesto primordialmente por reactancias y resistencias que dan forma a las ecuaciones que describen la relación de las corrientes y voltajes de los transformadores, aplicando las leyes de Kirchhoff nos quedan las siguientes:

$$v(t)_p = R_p i(t)_p + L_{lp} \frac{di(t)_p}{dt} + R_s i(t)_s + L_{ls} \frac{di(t)_s}{dt} + v(t)_s \quad (1)$$

La anterior ecuación describe el circuito de la etapa primaria de la máquina eléctrica, en donde se pueden visualizar las inductancias y las resistencias del circuito, note el efecto del voltaje del secundario tiene un efecto sobre el comportamiento en el voltaje primario, por lo que la carga también tiene un efecto en el comportamiento.

De igual manera, se tiene una ecuación en donde se tiene considerado el efecto de la corriente del secundario en la denominada rama de excitación que se refiere al lado primario, la ecuación resultante es:

$$e(t)_p = G_c e(t)_\phi + b_m \frac{de(t)_\phi}{dt} + i(t)_s \quad (2)$$

Cabe destacar que se tiene una relación del transformador en la cual los efectos de las resistencias y reactancias se ven relacionados, los cuales se describen por las siguientes ecuaciones 2 y 3 a tomarse en cuenta también dentro del modelo lineal de esta máquina:

$$v(t)_s = e(t)_p = v(t)_s \left( \frac{N_p}{N_s} \right) \quad i(t)_s = i(t)_p = i(t)_s \left( \frac{N_p}{N_s} \right) \quad (3)$$

Las anteriores ecuaciones aplican para el diseño de los transformadores e implican un alto impacto en la construcción y/o selección del tipo de transformador de instrumentación necesario para una aplicación específica. Los parámetros implicados en el comportamiento de las ecuaciones anteriores son:

$X_p$  : Reactancia inductiva del primario del transformador  
 $R_p$  : Resistencia del primario  
 $R_s$  : Resistencia del secundario  
 $X_s$  : Reactancia inductiva del secundario  
 $R_c$  : Resistencia del núcleo  
 $X_m$  : Reactancia de magnetización

Dichos parámetros pueden ser ajustados tanto físicamente como teóricamente para buscar el comportamiento deseado en el transformador, para lo cual se puede tomar referencia de [4,5] como valores iniciales para tener un comportamiento inicial del transformador deseado.

El diagrama del circuito del transformador se muestra en la figura 2, en donde se puede ver claramente el filtro RL que se forma en la parte primaria de la máquina eléctrica y que le da la

característica transitoria al mismo.

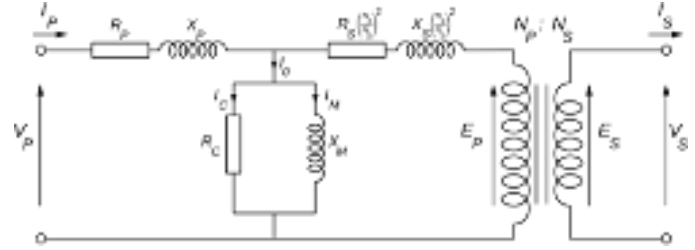


Fig. 2. Diagrama de circuito eléctrico equivalente para el análisis del transformador.

### 2.2 Modelo no lineal del transformador

El transformador adicional al circuito anterior mostrado, tiene un efecto no lineal adicional debido a las características propias de un circuito magnético que tiende a su saturación, causando los efectos de distorsión de las señales de corriente; adicionalmente la histéresis que se tiene, lo que implica un efecto adicional en la modificación de la señal, lo anterior se muestra en la figura 3 y se considera en [6,7,8].

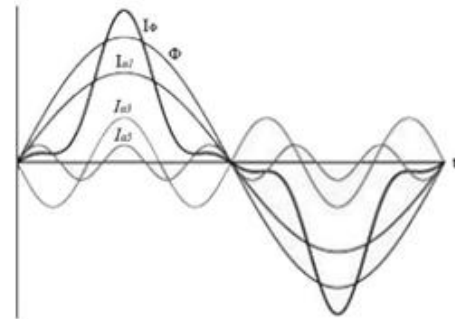


Fig. 3. Señal resultante del efecto de la no linealidad al agregar el efecto de la magnetización del núcleo, se muestra el efecto de armónicos adicionales.

### 2.3 Especificación simplificada lineal

Para lograr una especificación rápida de las ecuaciones lineales del transformador se tiene el uso de una herramienta desarrollada específicamente para el modelado de sistemas dinámicos multi-dominio, en este caso Modelica©, dicha herramienta al contrario de sus similares, tiene una rápida estrategia de desarrollo de sistemas debido a que se describen directamente ecuaciones diferenciales ordinarias ODEs y sistemas algebraicos, adicionalmente la factibilidad de generar interfaces gráficas de desarrollo, recordando las ecuaciones 1 y 2 anteriormente descritas simplemente tenemos que describirlas dentro de un bloque de diseño. Este bloque de diseño se desarrolla mediante un proyecto de texto de ecuaciones directas que describen la relación de dos variables de entrada y dos de salidas vinculadas de la máquina eléctrica y con pocas especificaciones adicionales en dicho bloque, tal es el caso de constantes, los parámetros (que son modificables de manera sencilla) e interfases de las 4 variables anteriormente mencionadas. Por otro lado, se genera un gráfico que ayude para poder ser llamado este bloque en otros entornos que lo invoquen para que sea utilizado; todo lo anterior de una forma sencilla y directa; en la figura 4 se muestra dicho código.

```

block ModLinTrans
//Constantes numéricas
constant Real pi=Modelica.Constants.pi;
constant Real frec=60;
//Parámetros ajustables del modelo
parameter Real Xp=43.2 "Reactancia Inductiva Primario";
parameter Real Rp=5.93 "Resistencia Primario";
parameter Real Rs=3.39 "Resistencia Secundario";
parameter Real Xs=40.6 "Resistencia Inductiva Secundario";
parameter Real Rc=244000 "Resistencia del Núcleo";
parameter Real Xm=114000 "Reactancia de Magnetización";
//Ecuaciones dinámicas del transformador lineal
equation
Iprim = (1/Rc)*Vsec + (1/Xm)*der(Vsec) + Isec;
Vprim = Rp*Iprim + (Xp/(2*pi*frec))*der(Iprim) + Rs*Isec +
(Xs/(2*pi*frec))*der(Isec) + Vsec;
end ModLinTrans;

```

Fig. 4. Programa de las dos ecuaciones lineales del transformador.

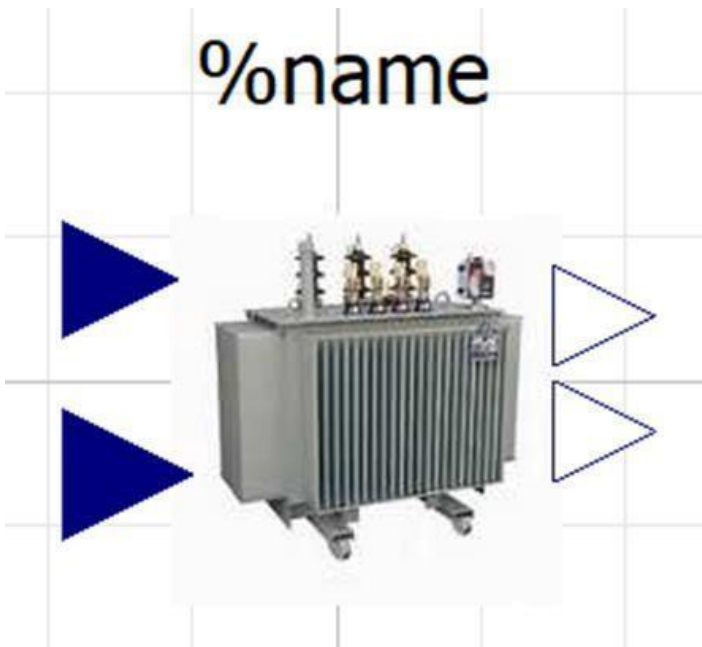


Fig. 5. Bloque de aplicación que puede ser usado en cualquier modelo a desarrollar en Modélica©.

En la figura 5, se muestra el bloque gráfico en donde en su interior se tiene el código descriptivo de las ecuaciones de la figura 4, que puede ser llamado desde cualquier otro modelo que lo invoque de manera concurrente de uno o varios llamados para usar estas ecuaciones, dando pie por ejemplo, aumentar las fases de análisis para sistemas polifásicos, que en este caso no fue requerido. Otro aspecto importante es, que al dar doble click al gráfico se abren los parámetros del transformador y se pueden ajustar fácilmente, dando versatilidad al ajuste del modelo a analizar.

## 2.4 Especificación simplificada no lineal

De igual manera, se tiene la facilidad de implementación de ecuaciones algebraicas polinómicas, al ser Modelica© un lenguaje descriptivo de ecuaciones y además de aprovechar la interfaz gráfica correspondiente, para que sea utilizada en modelos más grandes. Para esto se plantean dos ecuaciones polinómicas que describen de manera diferente el efecto de subida y bajada de la señal de corriente y voltaje en el primario del transformador, dichas ecuaciones se obtuvieron de una aproximación polinómica con una herramienta de hoja de cálculo tradicional, para poder obtener dichas ecuaciones, los puntos de alimentación para obtener dichas ecuaciones se referencian de [9, 10] que son estandarizados de acuerdo a las normas eléctricas basadas en el IEEE y otros estándares. Otro detalle importante, es la estrategia de implementación, en el caso de las ecuaciones del transformador se usó el formato bloque para tener la opción de ajuste de la máquina eléctrica, en el caso del efecto de histéresis se utilizó el formato función dado que no se modificará la ecuación de prueba, pero si se puede usar jerárquicamente una o varias veces dicha función.

Las ecuaciones descriptivas de los valores de subida y bajada son las siguientes:

Para la subida de corriente/voltaje:

$$y = -6 \times 10^{-6} x^6 - 1 \times 10^{-5} x^5 + 0.0038 x^4 - 0.0016 x^3 - 0.6879 x^2 + 4.73 x + 34.223 \quad (4)$$

para ahora la bajada de corriente/voltaje:

$$y = 7 \times 10^{-6} x^6 - 3 \times 10^{-6} x^5 + 0.004 x^4 - 0.0066 x^3 + 0.7002 x^2 + 5.1214 x + 34.047 \quad (5)$$

Ambas ecuaciones se expresan en una función y se validaron su funcionamiento con señales de prueba que fueron aplicadas con la herramienta misma de desarrollo. En la figura 6 se muestra como el efecto de la ecuación 4 se tiene activada en un rango de valores de entrada y después se mantiene constante, lineal con respecto al valor que se le introduce a la función, lo anterior con fines de prueba de la función implementada con las ecuaciones.

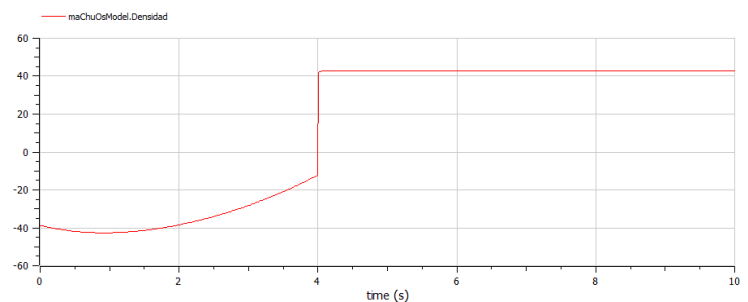


Fig. 6. Prueba de función no lineal en Modélica©, el rango de activación de la función polinómica y después de un nivel se mantiene constante, esto fue en la etapa de pruebas.

## 2.5 Integración del modelo

En esta etapa tanto el bloque que describe el comportamiento

lineal del transformador en sí y la función descrita previamente se integran para conformar la estructura completa del dispositivo de adquisición de datos, para lo cual se integran señales de prueba en corriente alterna, tanto de voltaje y corriente, así también valores constantes para la comparativa de niveles requeridos para la aplicación de los límites de linealidad de la máquina eléctrica. Esta parte se hace uso de todo el potencial gráfico que Modélica© posee, sacando provecho a una rápida implementación de un primer acercamiento del modelo esperado. Con fines de ajuste, de señal se hace uso de recursos matemáticos para que los resultados sean normalizados y en rangos de acuerdo a las unidades eléctricas esperadas.

Se tiene la opción de que el presente modelo se pueda adaptar al modelado gráfico dentro del dominio 100 % eléctrico dadas las funcionalidades que el software ofrece agregando únicamente las interfases correspondientes al dominio o sistema al cual se interconectará.

### 3. RESULTADOS

#### 3.1 En el modelo lineal

En las pruebas con el bloque del modelo del transformador se obtuvieron respuestas en el rango lineal aceptables considerando los efectos del filtro RL, en donde se denota el desfaseamiento de las corrientes y voltajes que se tienen en este tipo de máquinas eléctricas. En las figuras 8 y 9 correspondientes se pueden observar los resultados de la corriente y voltaje de los dos lados del transformador cumpliendo el comportamiento esperado para esa etapa del modelo implementado.



Fig. 8 Resultado de la respuesta de la ecuación de corriente del primario y secundario del transformador, que valida el comportamiento de su ecuación diferencial.

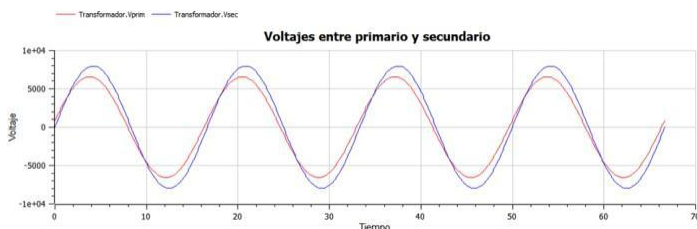


Fig. 9 Respuestas de voltajes primario y secundario en el tiempo usando solución de ecuaciones diferenciales con Modélica©, los valores en la gráfica.

#### 3.2 En el modelo no lineal

Al momento de agregar la función al bloque, como se muestra en la figura 7, se complementa el modelo buscado ya tomando en cuenta, dando como resultado un efecto no lineal en la corriente del primario resultado de integración del efecto de saturación del núcleo del

transformador, arrojando el resultado siguiente mostrado en la figura 10.

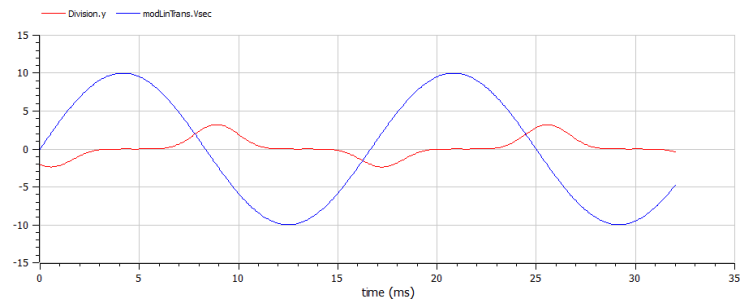


Fig. 10 Respuesta de la corriente primario/secundario al agregar el efecto de la función de histéresis al transformador de instrumentación lineal.

### 4. CONCLUSIONES

Como resultado de esta metodología de implementación de este modelo de transformador de instrumentación mediante el uso de esta herramienta, nos dio la posibilidad de mejorar el tiempo y estrategia de análisis para poder evaluar y validar la respuesta que un transformador que se quiere utilizar en el laboratorio remoto en la medición de corriente en un motor de corriente alterna. Por otro lado, nos dio la oportunidad de conocer mejor esta herramienta (Modélica©) para aplicarla a un sistema multi-dominio o sistema, de una forma flexible con un manejo de modelos matemáticos de manera directa y así mismo, con una rápida integración gráfica entre elementos.

Por otro lado, se tiene una buena facilidad para ajustar el modelo en base a sus parámetros internos del transformador y automáticamente el sistema se ajusta a esas nuevas condiciones que ayudan a evaluar previamente como ese transformador puede responder en una situación dada en cuanto esté cerca de la región de saturación de este.

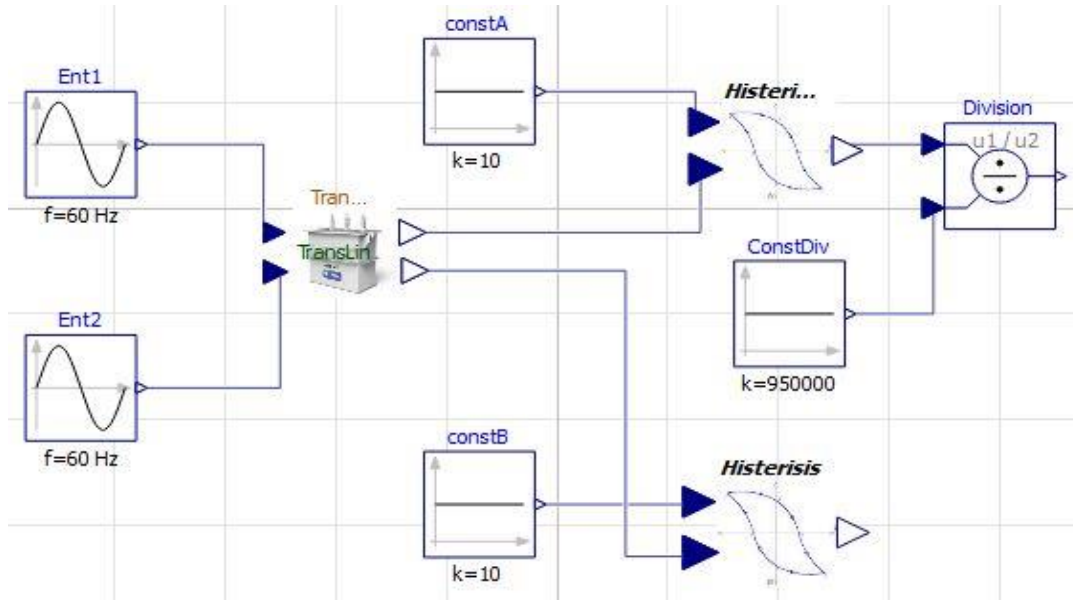


Fig. 7 Estructura completa del modelo del transformador de instrumentación en la interfaz gráfica.

## REFERENCIAS

- [1] IEEE Std 141-1993, "IEEE Recommended Practice for Electric Power Distribution for Industrial Plants", The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc. 345 East 47th Street, New York, NY 10017-2394, USA
- [2] A. E. Fitzgerald, Charles Kingsley Jr, Stephen D. Umans, "Electric Machinery", McGRAW-Hill, 2003, ISBN 0-07-366009-4.
- [3] Michael M. Tiller, "Introduction to Physical Modeling with Modelica", Klumer Academic Publishers, 2004, ISBN 978-0-7923-7367-4
- [4] Burhenne, S., Wystrcil, D., Elci, M., Narmsara, S., & Herkel, S. (2013, August). Building performance simulation using Modelica: Analysis of the current state and application areas. In Proceedings of BS2013: 13th Conference of International Building Performance Simulation Association, Chambéry, France, August (pp. 26-28).
- [5] Galicia Castro, M. A. (2015). Desarrollo de un módulo didáctico para la enseñanza de diseño de subestaciones eléctricas.
- [6] Alfredo De Blas Del Hoyo (2005). Modelización de la histéresis magnética y su aplicación al cálculo numérico en máquinas eléctricas(Tesis), Departamento de ingeniería eléctrica-Universidad Politécnica de Cataluña, España.
- [7] Contreras-Aguilar, Luis, CONTRERAS-AGUILAR, Luis\*, VENEGAS-TRUJILLO, Tiberio, ARROYO-LEDESMA, Jaime y CONTRERAS-SUÁREZ, Juan, Universidad de Colima, campus Coquimatlán, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Caracterización no lineal y estimación de coeficientes paramétricos en la representación de la saturación magnética del transformador eléctrico, Revista del Desarrollo Tecnológico, junio 2017, vol. 1, No. 2.
- [8] Mikhail Andreev1 , Alexey Suvorov1, Nikolay Ruban1, Ruslan Ufa1, Alexander Gusev1, Alisher Askarov1, Anton Kievets1, School of Energy & Power Engineering, National Research Tomsk Polytechnic University, Lenina avenue 30, Tomsk, Russian Federation E-mail: [andreevmv@tpu.ru](mailto:andreevmv@tpu.ru) , Development and research of mathematical model of current transformer reproducing magnetic hysteresis based on Preisach theory, IET, Generation, Transmission & Distribution, ISSN 1751-8687, 14 may 2020.
- [9] Casella, F. (2015). Simulation of large-scale models in modelica: State of the art and future perspectives. In the 11th International Modelica Conference (pp. 459-468).
- [10] Battal, F., Balci, S., & Sefa, I. (2021). Power electronic transformers: A review. *Measurement*, 171, 108