

OBTENCIÓN TOPOGRÁFICA 3D MEDIANTE PROYECCIÓN DE PATRONES CIRCULARES

Martínez-Herrera M. A., Anguiano-Morales M., Trujillo-Schiaffino G., Salas-Peimbert D. P., Corral-Martínez L. F.

Tecnológico Nacional de México / I. T. Chihuahua, 2909 Av. Tecnológico, Chihuahua, Chihuahua
31310, México

123061081@chihuahua.tecnm.mx

RESUMEN.

En el presente trabajo se propone implementar una técnica de transformación de coordenadas para aplicar el método de Transformada de Fourier para el análisis de interferogramas que incluyan un patrón de franjas cerradas. Inicialmente, el patrón de franjas concéntricas es convertido a un patrón de franjas lineales mediante una transformación de coordenadas cartesianas a polares. La distribución de fase para el patrón de las franjas lineales es determinada por el método de Fourier convencional. El mapa de fase del patrón original de franjas cerradas es obtenido mediante una transformación de coordenadas inversa. Ahora, de un sistema de coordenadas polares se regresa a un sistema de coordenadas cartesianas. Los resultados preliminares muestran la validez de la técnica propuesta.

Palabras clave: Proyección de franjas, reconstrucción 3D, obtención de fase.

ABSTRACT.

In this work we propose to implement a coordinate transformation technique to apply the Fourier Transform method for the analysis of interferograms that include a closed fringe pattern. Initially, the concentric fringe pattern is converted to a linear fringe pattern by a Cartesian to polar coordinate transformation. Then, the phase distribution for the linear fringe pattern is determined by the conventional Fourier method. The phase map of the original closed fringe pattern is obtained by an inverse coordinate transformation. Now, from a polar coordinate system it is returned to a Cartesian coordinate system. Preliminary results show the validity of the proposed technique.

Keywords: Fringe projection, 3D reconstruction, Phase-retrieval.

1. INTRODUCCIÓN

La obtención de imágenes ópticas 3D, es una tecnología que adquiere información geométrica de la superficie sin tocarla físicamente, se ha visto su integración y aplicación en campos que van desde el entretenimiento y la fabricación hasta la industria sanitaria [1, 2]. Sin embargo, su potencial dista mucho de haberse alcanzado, en parte debido al bajo nivel de madurez tecnológica. Una de las tareas más importantes en perfilometría de proyección de franjas (FPP) es determinar la distribución de fase bidimensional a partir de un patrón de franjas cuya fase está modulada por las magnitudes físicas a medir [3]. La perfilometría de proyección de franjas, como tecnología óptica

de medición tridimensional (3D), presenta ventajas como la alta precisión, la ausencia de contacto y las mediciones de campo completo.

La técnica de desplazamiento de fase es comúnmente usada en el análisis de franjas por su gran precisión y simplicidad del algoritmo. Sin embargo, estas técnicas requieren al menos tres interferogramas desfasados, y los desplazamientos de fase deben ser controlados y calibrados con precisión, por ejemplo, con un transductor piezoeléctrico, sin embargo, a menudo introducen errores en los resultados de la medición. Además, en un entorno temporalmente inestable o en mediciones sobre un objeto en movimiento veloz, es difícil tomar múltiples interferogramas desfasados en un período de tiempo corto. El método de la transformada de Fourier es adecuado en fenómenos rápidos y cuyo entorno sea inestable debido a la necesidad de un único interferograma para demodular la distribución de fase desconocida.

No obstante, cuando un interferograma incluye patrones de franjas cerradas, es difícil determinar la amplitud de franja compleja mediante el método transformada de Fourier convencional, debido a que los espectros de Fourier del interferograma no están completamente separados.

El uso de franjas circulares en la perfilometría por transformada de Fourier tiene varias ventajas:

- Un perfilado 3D relativamente más preciso de los objetos a bajas frecuencias portadoras,
- La fase absoluta puede obtenerse empleando pocas franjas e incluso con un alto rango dinámico del perfil de altura del objeto.

En condiciones experimentales reales la proyección de patrones de franjas lineales de baja frecuencia complica a menudo la obtención de fase y puede conducir a desplazamientos erróneos. Luego, el filtrado en el espacio de las frecuencias es la forma más fácil e intuitiva de disminuirlo. Pero el filtrado podría provocar una pérdida de la señal útil de alta frecuencia y el alisamiento de todo el frente de onda.

Este problema se ve disminuido implementando franjas concéntricas [4, 5]. Estas ventajas son las que han suscitado el interés en la investigación y análisis del tema.

Como la perfilometría por transformada de Fourier no puede procesar directamente franjas cerradas se propone una técnica de transformación de coordenadas que permita que el método convencional de la transformada de Fourier sea aplicable para analizar patrones de franja concéntricas.

En este método el patrón de franjas concéntricas, se convierten en franjas abiertas mediante una transformación de coordenadas cartesianas a un sistema de coordenadas polares. A continuación, el patrón de franjas abiertas obtenido puede demodularse con precisión mediante el método convencional de análisis de la transformación de Fourier para obtener la fase del objeto. Una vez obtenido el mapa de fase, se realiza de nuevo una transformación de coordenadas polares a cartesianas para expresar la distribución de fase correspondiente en el sistema de coordenadas original.

2. TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS

Las imágenes se suelen ver en coordenadas cartesianas, en las que los píxeles se disponen a lo largo de los ejes X e Y . En el sistema de coordenadas polares, cada punto o línea viene determinado por dos variables independientes: la coordenada angular (θ), que es el ángulo formado por el eje polar y una dirección de referencia; y la coordenada radial (r), que corresponden a la abscisa (x) y la ordenada (y) en el sistema de coordenadas cartesianas.

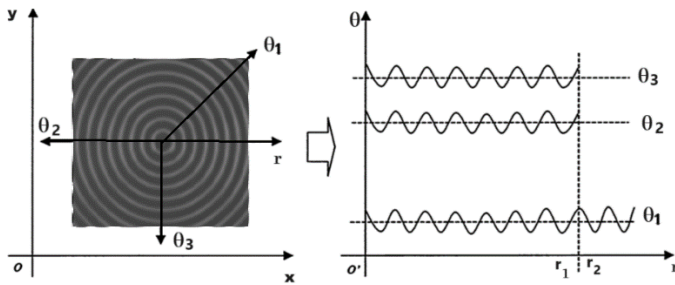


Figura 1. (a) Franjas cerradas originales en el sistema de coordenadas cartesianas; (b) perfiles de intensidad en coordenadas polares.

Las variables de r y θ en el sistema de coordenadas polares se expresan matemáticamente como

$$r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad (1)$$

donde el radio polar r representa la distancia al centro del patrón circular (x_0, y_0). Y al ángulo polar (θ) se puede expresar como

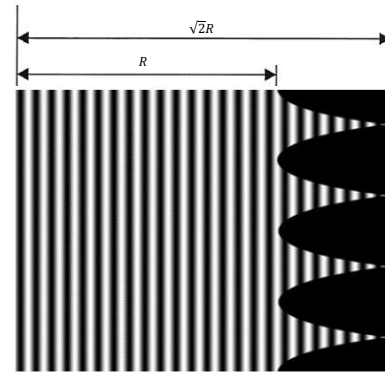
$$\theta = \begin{cases} \cos^{-1} \frac{x - x_0}{r}, & y \leq y_0 \\ 2\pi - \cos^{-1} \frac{x - x_0}{r}, & y > y_0. \end{cases} \quad (2)$$

El origen del sistema de coordenadas polares se elige en el centro del patrón de franjas concéntricas, porque hará que las franjas transformadas sean rectas y conduzcan a una mayor precisión cuando el método de la Transformada de Fourier sea implementado. Los perfiles de intensidad del interferograma a lo largo de las líneas radiales $\theta = \theta_1$, $\theta = \theta_2$ y $\theta = \theta_3$ en el sistema de coordenadas cartesianas mostrados en la Figura. 1 (a) se replantean como curvas sinusoidales en el sistema de coordenadas polares de la Figura 1 (b). Se puede observar que la curva sinusoidal en la dirección diagonal de $\theta = \theta_1$ se extiende por un factor de $\sqrt{2}$ superior al de la dirección horizontal o vertical.

Cuando se barre en todo el interferograma, las franjas concéntricas en coordenadas cartesianas se convierten en líneas rectas en el nuevo espacio de parámetros del sistema de coordenadas polares, como se muestra en la Figura 2. Las regiones oscuras en el lado derecho del interferograma en el plano rectangular $r\theta$ indican las zonas en las que los píxeles tienen vacíos. Surgen porque el interferograma original tiene una frontera cuadrada en lugar de un contorno circular.

Figura 2. Franjas lineales en coordenadas polares.

Hay algunas opciones de seleccionar el área para el análisis. Una es elegir un área circular inscrita en el interferograma cuadrado



original, que corresponde a el área indicada por R en la Figura 2. Esta selección no incluye las regiones con datos vacíos, pero desperdicia parte de los datos en las esquinas del cuadrado original del interferograma.

La otra es elegir un área que circunscribe el interferograma cuadrado original; esto corresponde a toda el área indicada por $\sqrt{2}R$ en la Figura 2. Esta selección puede aprovechar al máximo la información incluida en el interferograma original, pero incluye datos vacíos que dan lugar a errores en la frontera. Una tercera opción es aplicar una operación de extrapolación para ampliar el límite de las franjas o bien aplicar una función espejo. Cuando el método convencional de Transformada de Fourier se aplica directamente en estas franjas lineales, la precisión de fase en las regiones de los bordes se ve influenciada. Después de que

la fase se vuelve a convertir a la coordenada cartesiana, las áreas correspondientes de los mapas de fases portan estos errores.

3. ANÁLISIS EXPERIMENTAL

La expresión matemática para el perfil de intensidad del patrón circular a proyectar viene dada por

$$I_c^{(r)}(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos \left[2\pi f_c \sqrt{x^2 + y^2} \right], \quad (3)$$

donde $I_c^{(r)}(x, y)$ es la distribución de intensidad del patrón de franjas circulares (r por referencia y C por circulares), igual que en el patrón de franjas lineales, a y b denotan las variaciones medias de intensidad de fondo y la reflectividad no uniforme del objeto reflectante, f_c es la frecuencia de las franjas y (x, y) representa las coordenadas espaciales.

Ahora, en perfilometría por transformada de Fourier de franjas circulares, la primera etapa es proyectar un patrón franjas circulares sobre el objeto (Figura 3).

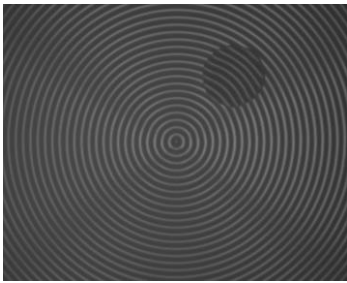


Figura 3. Franjas concéntricas deformadas por objeto de prueba.

Cuando el patrón de franjas circulares se proyecta sobre el objeto de interés, el patrón proyectado se deforma. Por lo tanto, el perfil de intensidad del patrón de fase modulada registrado viene dado por

$$I_c^{(d)}(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos \left[2\pi f_c \sqrt{(x + \delta_y(x))^2 + y^2} \right], \quad (4)$$

donde $I_c^{(d)}(x, y)$ es la distribución de intensidad del patrón de franjas circulares deformado (d por deformado y C por circulares).

La deformación $\delta_y(x)$ se introduce debido al perfil de alturas del objeto, y por tanto contiene la información sobre la forma de este. De tal manera que puede recuperarse la topografía 3D a partir del argumento de la función coseno, es decir, la función de fase asociada con el patrón deformado registrado.

Como ya se ha mencionado, todos los algoritmos de análisis de franjas están diseñados para franjas lineales y no pueden aplicarse directamente a franjas circulares.

Sin embargo, como se ilustra en la Figura 4, las franjas circulares en coordenadas rectangulares (Figura 3) se convierten en franjas lineales en coordenadas polares (Figura 4). Por lo tanto, cualquiera de los métodos de análisis de franjas lineales puede aplicarse después de transformar las franjas circulares en coordenadas polares.

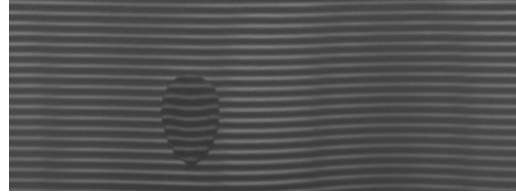


Figura 4. Franjas lineales en coordenadas polares, que corresponde a el área indicada por R (contorno cuadrado).

Sin embargo, antes de aplicar la técnica de Fourier convencional, hay que seleccionar el área óptima para el análisis, ya que dicha selección puede o no incluir regiones con datos vacíos e inducir errores de medición. En esta sección analizaremos dos casos:

- a) La región que corresponde a el área indicada por R (Figura 2). Esta selección no incluye las regiones con datos vacíos, pero desperdicia parte de los datos en las esquinas del cuadrado original del interferograma.
- b) La otra es enmascarar circularmente el patrón registrado originalmente, para tener un patrón con contorno circular y no cuadrado.

Este análisis inicial permitirá encontrar un método de reconstrucción 3D con un menor error de medición.

Como ya se ha comentado, para poder aplicar cualquiera de los algoritmos de análisis de franjas lineales, las franjas circulares (Figura 3) deben transformarse a coordenadas polares considerando el centro de las franjas circulares como el origen. El resultado de esta transformación de coordenadas polares se ilustra en la Figura 4.

Para calcular la fase, se realiza la transformada de Fourier sobre el patrón de franjas representado en la Figura 4. Posteriormente, una operación de filtrado para extraer la frecuencia portadora aplicando un filtro pasa banda, a continuación una transformada inversa de Fourier para obtener la fase envuelta y finalmente se desenvuelve la fase, esta se ilustra en la Figura 5.



Figura 5. Fase desenvuelta en coordenadas polares.

La fase desenvuelta se transforma de nuevo en coordenadas cartesianas como podemos ver en la Figura 6. Los resultados de reconstrucción correspondientes se muestran en la Figura 7.

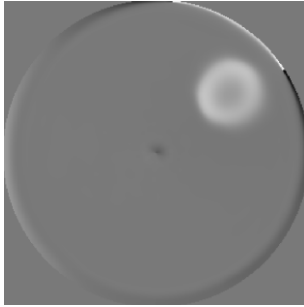


Figura 6. Fase desenvuelta transformada a coordenadas cartesianas.

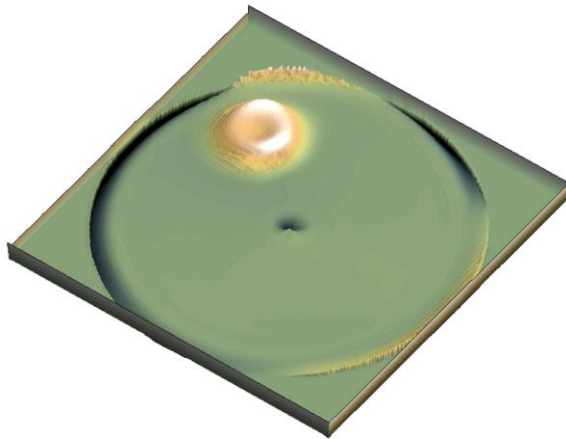


Figura 7. Reconstrucción 3D.

Tras la reconstrucción, aparecen valores espurios de profundidad distintos de cero en los contornos del área seleccionada. Cuando la transformada de Fourier trabaja directamente sobre esta región, la precisión de la fase en las regiones de los bordes se ve influida por las fugas espectrales. Después de volver a convertir las fases a coordenadas cartesianas, las zonas correspondientes de los mapas de fase presentan estos valores de profundidad erróneos. Para resolver este problema, se propone ampliar el límite de las franjas eligiendo un método de enmascaramiento circular del patrón registrado, esto es mostrado en la Figura 8. Como ya se ha mencionado, la perfilometría por transformada de Fourier no puede procesar directamente franjas cerradas, se debe aplicar una transformación de coordenadas cartesianas a polares. Las franjas resultantes en coordenadas polares se muestran en la Figura 9.

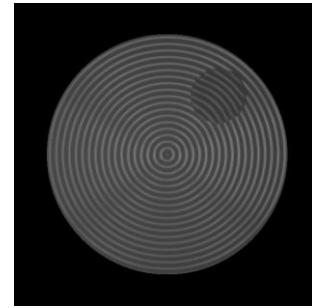


Figura 8. Patrón enmascarado en un contorno circular en coordenadas cartesianas.

Para calcular la fase, se debe aplicar la transformada de Fourier para seleccionar una de las componentes de frecuencia fundamental aplicando un filtro pasa banda y la transformada inversa de Fourier se realiza para determinar el intervalo de fase envuelta que va de $-\pi$ a π con modulo 2π . De esta forma, se utiliza un algoritmo de desenvolvimiento de fase espacial adecuado para obtener la fase absoluta.

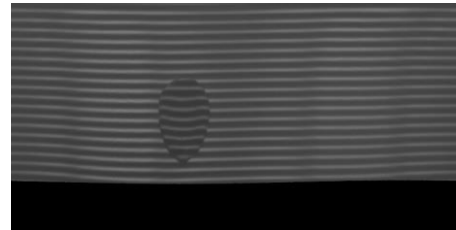


Figura 9. Franjas lineales en coordenadas polares.

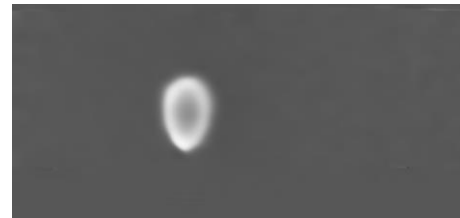


Figura 10. Fase desenvuelta en coordenadas polares.

Para obtener la topografía 3D asociada al objeto de prueba, la fase desenvuelta representada en coordenadas polares se transforma de regreso a coordenadas cartesianas como podemos ver en la Figura 11. La topografía 3D resultante se muestran en la Figura 12. Se puede ver claramente que no existen datos espurios cercanos a la frontera del patrón. Entonces, nuestra propuesta es una solución eficaz para reducir la ambigüedad inducida en la fase inducido debido a la selección de la frontera del patrón de franjas.

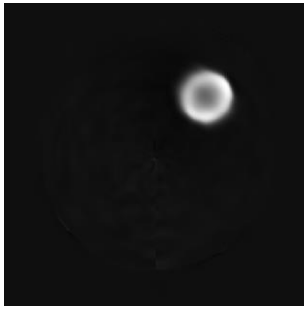


Figura 11. Fase desenvuelta transformada a coordenadas cartesianas

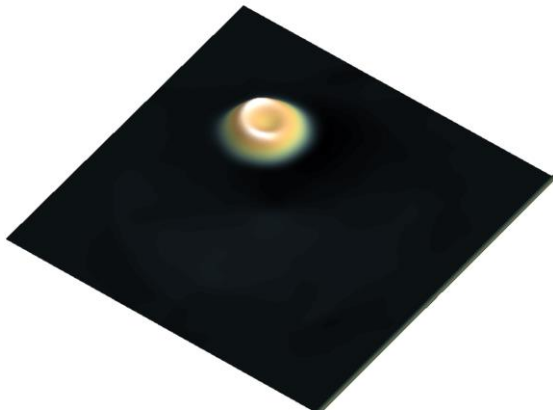


Figura 12. Reconstrucción 3D.

Al seleccionar a toda el área indicada por $\sqrt{2}R$ en la Figura 2, efectivamente se aprovecha al máximo la información incluida en el interferograma original, pero incluye una gran cantidad de datos vacíos mayores a la opción del inciso (a) que corresponde a el área indicada por R . La técnica de enmascarar circularmente el patrón registrado implica mayor trabajo, pero también implica en menor error de medición en la fase absoluta correspondiente al objeto de prueba.

La altura del objeto medida con un vernier calibrado arrojó una altura de 0.50 cm , experimentalmente mediante la opción del inciso (a) una altura de 0.520 cm , y por la opción del inciso (b) una altura de 0.501 cm , como podemos apreciar la segunda opción arroja un error de $\pm 0.001\text{ cm}$.

La reconstrucción del perfil de alturas (en centímetros) del objeto puede ser observado en la Figura 13.

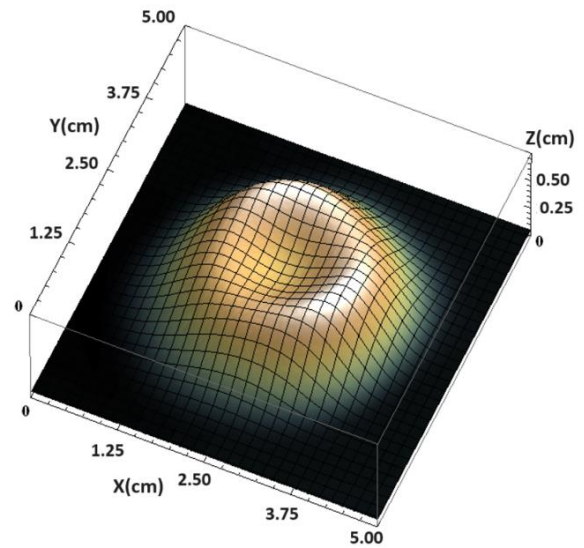


Figura 13. Ampliación de la superficie de interés 3D.

4. CONCLUSIONES

En este trabajo se mostró que la técnica convencional de Transformada de Fourier se puede aplicar satisfactoriamente en el análisis de proyección de patrones concéntricos, se discutió ampliamente la selección optima del área de transformación, mostrando experimentalmente que la técnica de enmascarar circularmente el patrón registrado disminuye el error de medición en la fase absoluta.

5. REFERENCIAS.

- [1] Quan C, He X, Wang C, Tay C, Shang H. Shape measurement of small objects using LCD fringe projection with phase shifting. *Opt Commun* 2001; 189:21–9.
- [2] Takeda M, Mutoh K. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-d object shapes. *Appl Opt* 1983; 22:3977–82.
- [3] H. Zhao, W. Chen, and Y. Tan, "Phase-unwrapping algorithm for the measurement of three-dimensional object shapes," *Appl. Opt.* 1994; 33: 4497–4500.
- [4] Zhao H, Zhang C, Zhou C, Jiang K, Fang M. Circular fringe projection profilometry. *Opt Lett* 2016; 41:4951–4.
- [5] Chen Q, Han M, Wang Y, Chen W. An improved circular fringe fourier transform profilometry. *Sensors* 2022;22(16):6048.