REVISTA ELECTRO, Vol. 44 pp. 162-168, Oct 2022, Chihuahua, Chih. México
http:// electro.itchihuahua.edu.mx/revista
ISSN 1405-2172

EVALUACIÓN DE FILTROS DIGITALES IIR ADAPTIVOS PARA SEGUIMIENTO DE FRECUENCIA Y ARMÓNICAS ASOCIADAS

Vega-Pineda Javier[1], Durán-Gómez José L.[1] y López-Flores David R[2].
[1]Tecnológico Nacional de México - Instituto Tecnológico de Chihuahua
División de Estudios de Posgrado e Investigación, Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica
Av. Tecnológico 2909, Chihuahua, Chih., C.P. 31310
javier.vp01, jose.dg@chihuahua.tecnm.mx

[2]Universidad Autónoma de Chihuahua, Facultad de Ingeniería
Circuito Universitario Campus II, Chihuahua, Chih., C.P. 31125
drlopezf@uach.mx

RESUMEN.
Se presenta el esquema de desarrollo de filtros digitales IIR ranura ("notch") adaptivos para dar seguimiento a la frecuencia fundamental de señales sinusoidales incluyendo componentes no lineales o armónicas agregadas a la señal. La adaptación de los coeficientes de los filtros se basa en el algoritmo de promedios mínimos cuadrados (LMS, por sus siglas en inglés) y se trabaja la fase del filtro como el elemento adaptivo. El sistema de seguimiento de frecuencia se adapta a la frecuencia fundamental de la señal sinusoidal y detecta cambios en esta frecuencia a la ves que el filtro adaptivo elimina las componentes armónicas no deseadas de la señal de entrada. Como elemento opcional se calcula una frecuencia inicial para el algoritmo LMS utilizando el concepto del error cuadrático medio (MSE, por sus siglas en inglés). Se explica el desarrollo del esquema para lograr que sea lo más comprensible posible a estudiantes e interesados en el procesamiento digital de señales (DSP). Se presentan resultados de simulaciones realizadas en Matlab®.
Palabras Clave: filtros ranura, filtros adaptivos IIR, seguimiento de frecuencia, algoritmo LMS.

ABSTRACT.
The development scheme of adaptive notch IIR digital filters is presented to track the fundamental frequency of sinusoidal signals including non-linear or harmonic components added to the signal. The adaptation of the filter coefficients is based on the least squares algorithm (LMS), and the phase of the filter works as the adaptive element. The frequency tracking system adapts to the fundamental frequency of the sinusoidal signal and detects changes in this frequency while the adaptive filter removes unwanted harmonic components from the signal. As an optional element, an initial frequency is calculated for the LMS algorithm using the concept of mean square error (MSE). The development of the scheme is explained to make it as understandable as possible to students and those interested in digital signal processing (DSP). Results of simulations carried out in Matlab® are presented.
Keywords: notch filters, adaptive IIR filters, frequency tracking, LMS algorithm.

1. INTRODUCCIÓN.

El tema de estimación de frecuencia en presencia de distorsión armónica y ruido es interesante en particular para los estudiosos en el área de DSP [1-4]. Un ejemplo bastante tratado es la interferencia de la línea eléctrica (50 o 60 Hz), ruido que se agrega a señales de interés como pueden ser, señales de tipo biológico ECG (Elecrocardiograma) y EEG (Electroencefalograma). Esta aplicación es bastante conocida y se enriquece mediante la detección de variaciones leves en las frecuencias debidos a la variación implícita de las redes eléctricas. Es necesario dar seguimiento al ruido agregado para su eliminación. En el tratamiento de señales bajo este seguimiento se aplican múltiples filtros digitales de ranura fija o adaptiva. Si la señal a la cual se desea estimar su frecuencia tiene efectos no lineales agregados como componentes armónicos de frecuencia, se pueden emplear filtros ranura de segundo o mayor orden, estructurados como una cascada de filtros para estimar dicha frecuencia de la señal de interés incluyendo las posibles frecuencias armónicas que se pueden generar.

Para lograr el objetivo de estimación y seguimiento de frecuencia en señales sinusoidales, es común utilizar un filtro ranura adaptivo FIR o uno IIR. El filtro FIR adaptivo tiene la ventaja de su estabilidad sobre el filtro ranura IIR adaptivo, pero el primero generalmente requiere un mayor número de coeficientes o deberá ser de un orden bastante mayor al del filtro IIR. En situaciones prácticas, un filtro ranura IIR adaptivo se prefiere debido a su menor número de coeficientes y por lo tanto, menor complejidad computacional, además, es posible manejar el ancho de banda de la ranura. Más importante aún, de acuerdo a lo expuesto en [5], el filtro ranura IIR restringido a un polo/cero adaptivo de segundo orden se puede aplicar eficazmente para rastrear una sola señal sinusoidal.

Si una señal contiene múltiples componentes de frecuencia, entonces se puede estimar y rastrear sus frecuencias usando un filtro ranura IIR adaptivo de orden superior a segundo orden construido mediante filtros ranura IIR adaptivos de segundo orden en cascada [6]. Para asegurar la convergencia mínima global, el algoritmo del filtro debe comenzar con las condiciones iniciales que requieren a priori conocimiento de las frecuencias de las señales a procesar. Usando un filtro ranura adaptivo IIR de segundo orden para estimar frecuencias fundamentales y armónicas es insuficiente ya que solo admite una componente de frecuencia. Por otro lado, aplicando un filtro ranura IIR de mayor orden puede no ser tan efectivo debido a que adopta múltiples coeficientes de filtro adaptivo y convergencia mínima local del algoritmo adaptivo. Además, el seguimiento del mínimo global mediante el uso de un método de búsqueda de cuadrícula requiere una gran cantidad de cálculos y, por lo tanto, hace que el filtro ranura no sea práctico en el procesamiento en tiempo real.

En la problemática de seguimiento de frecuencia en señales sinusoidales es común pensar en la Transformada de Fourier como herramienta de análisis para ello [7], sin embargo el problema a tratar en este trabajo se trata de una frecuencia cambiante en el tiempo y además, si la señal sinusoidal no es pura en sus componentes de frecuencia (un par de impulsos puros en el dominio de la frecuencia) existirán componentes armónicas de frecuencia adicionales a la frecuencia de la sinusoidal sin las distorsiones adicionales.

Los métodos que utilizan filtros IIR ranura [1-4] para el seguimiento de frecuencia fundamental y sus armónicos (cambiantes) generalmente utilizan algoritmos adaptivos para lograr filtros ranura de tipo adaptivo que pueden converger al mínimo local de la función del error cuadrático medio (MSE) debido a cambios de frecuencia de la señal y mediante otras diferentes estrategias numéricas.

En el trabajo de Li Tan et al [3, 4], proponen un filtro IIR ranura armónico adaptivo de bajo costo (computacional) con un único parámetro adaptivo para realizar de manera eficiente la estimación y el seguimiento de la frecuencia en un entorno de frecuencia armónica. El algoritmo propuesto en base a mínimos cuadrados (LMS) comienza con un parámetro inicial óptimo, que se estima en base a un bloque de muestras de entrada, para evitar que el algoritmo converja al mínimo local. Sin embargo, cuando la señal fundamental conmuta de frecuencia durante el proceso de seguimiento, el mínimo de la función MSE cambiará rápidamente. Si sucede este cambio de frecuencia, el algoritmo LMS puede converger al mínimo con un valor de frecuencia estimado incorrecto o el algoritmo podría comenzar en el punto de la función MSE con un gradiente muy bajo por lo que el algoritmo sufre de un lenta tasa de convergencia.

Existen trabajos que describen y evalúan otros algoritmos de tipo adaptivo encaminados a la solución de la problemática de seguimiento de frecuencia [8]: el algoritmo Newton Gauss Estocástico (SGN, *Stochastic Gauss Newton*), algoritmo de Probabilidad Máxima Recursiva (RML, *Recursive Maximum Likelihood*), algoritmo de Probabilidad Aproximada (AML, *Approximate Maximum Likelihood*), y el algoritmo en Base al Gradiente Aproximado (AGB, *Approximate Gradient-Based*). La simulación de los cuatro algoritmos concluyó que el algoritmo RML proporcionó mejores resultados cuando ocurrió la convergencia, sin embargo, fue el algoritmo más complejo computacionalmente y con posibilidad de inestabilidad. El algoritmo AML fue el menos complejo computacionalmente y convergente en todos los casos y estable. Para entornos con restricción computacional y la SNR no es muy exigente el algoritmo AGB fue el recomendable.

El algoritmo planteado en [3, 4] se plantea como el más indicado para iniciar la investigación sobre el tema, esto también debido a que es el algoritmo mejor documentado.

Entre las aplicaciones de interés para el uso de los algoritmos de seguimiento, está la verificación de señales eléctricas de energía para integridad de la señal sinusoidal (60 Hz) en su forma monofásica o trifásica. En [9], se presenta una técnica para la estimación de la frecuencia instantánea basada en el muestreo simultáneo de señales de tensión trifásica. La estructura consta de dos módulos desacoplados: el primero es para el filtrado adaptivo de señales de entrada y el segundo es para la estimación de frecuencia, de esta forma se obtiene un algoritmo adecuado y robusto para la estimación de frecuencia. Se han desarrollado otros métodos diferentes a los filtros IIR ranura para la eliminación de los armónicos en líneas de energía eléctrica entre los cuales utilizan el filtro Kalman-Bucy el cual deriva en un sistema dinámico de identificación de parámetros [10].

En el artículo se describe el desarrollo de filtros digitales ranura IIR de segundo orden y su extensión a filtros peine para aplicarlos al seguimiento de la frecuencia fundamental de señales sinusoidales y de sus componentes armónicas detectando el desfasamiento de la frecuencia fundamental. Se basa el desarrollo en el algoritmo descrito en [3, 4].

El artículo está organizado como sigue. En la sección 2, se describen las características del filtro digital IIR de segundo orden. En la sección 3 se definen los elementos de la señal sinusoidal de entrada al sistema de filtrado y el módulo opcional para el cálculo de la frecuencia fundamental inicial aplicando MSE. El sistema de filtrado y el algoritmo adaptivo LMS para el seguimiento de frecuencia se describen en la sección 4, así como resultados de su simulación. Por último, en la sección 5 se presentan las conclusiones.

2. EL FILTRO RANURA (*NOTCH).*

El filtro FIR ranura (*notch*) básico, en su función de transferencia cuenta con dos ceros ubicados simétricamente sobre el círculo unitario de acuerdo a la frecuencia que se desea eliminar (posición de la ranura). Para formar el filtro IIR se agregan dos polos en la misma frecuencia con distancia al origen menor a uno ($0 < r < 1$) lo cual permite tener un control sobre el ancho de banda de la ranura. A mayor valor de r menor el ancho de banda. En la Fig. 1 se muestra el plano de polos y ceros del filtro IIR de segundo orden indicando la frecuencia ω_0 de ubicación de la ranura.

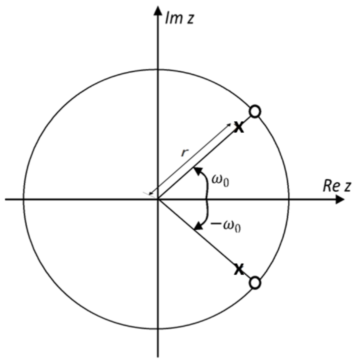

Figura 1. Gráfica de polos y ceros del filtro IIR ranura de 2º orden.

El par de ceros están sobre el círculo unitario con un ángulo de $\pm\omega_0$ (o $\pm\theta$) y el par de polos posicionados con el mismo ángulo a una distancia r del origen. La función de transferencia del filtro IIR ranura tiene la forma,

$$H(z) = b_0 \frac{(1 - e^{j\omega_0}z^{-1})(1 - e^{-j\omega_0}z^{-1})}{(1 - re^{j\omega_0}z^{-1})(1 - re^{-j\omega_0}z^{-1})} = \frac{1 - 2z^{-1}\cos(\theta) + z^{-2}}{1 - 2rz^{-1}\cos(\theta) + r^2z^{-2}} \quad (1)$$

donde b_0 es la ganacia del sistema. Como ejemplo, se tiene un filtro IIR ranura con la siguiente función de transferencia y $r = 0.8$, $\omega_0 = \frac{\pi}{3} = 1.0472$ y $|H(\omega)| = 1$ (afecta b_0),

$$H(z) = b_0 \frac{\left(1 - e^{j\frac{\pi}{3}}z^{-1}\right)\left(1 - e^{-j\frac{\pi}{3}}z^{-1}\right)}{\left(1 - 0.8e^{j\frac{\pi}{3}}z^{-1}\right)\left(1 - 0.8e^{-j\frac{\pi}{3}}z^{-1}\right)} \quad (2)$$

Con trabajo algebraico llegamos a una versión modificada de (2) y en la Fig. 2 se muestra su estructura directa II y en Fig. 3 su respuesta a la frecuencia.

$$H(z) = \frac{1}{3}(1 + r + r^2)\frac{1 - 2cos\left(\frac{\pi}{3}\right)z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2rcos\left(\frac{\pi}{3}\right)z^{-1} + r^2z^{-2}} \quad (3)$$

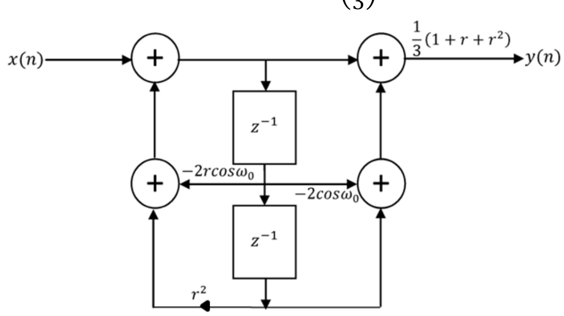

Figura 2. Estructura del filtro ranura IIR de segundo orden.

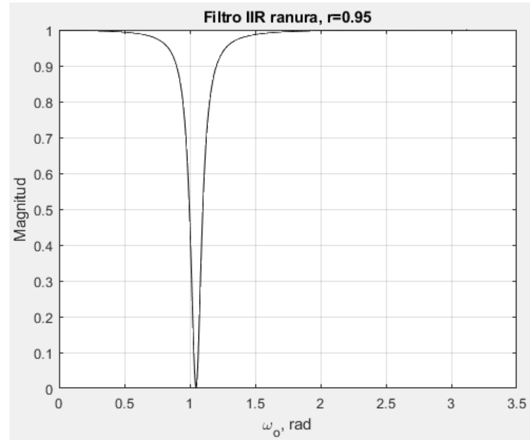

Figura 3. Respuesta a la frecuencia del filtro IIR ranura.

3. FRECUENCIA FUNDAMENTAL Y COMPONENTES ARMÓNICAS DE LA SEÑAL DE ENTRADA.

Para el desarrollo experimental de los elementos presentados en esta y las secciones siguientes se definen los datos del problema a tratar en base a interferencia de la línea eléctrica.
La señal sinusoidal de entrada a filtrar se simulará con Matlab®. La señal tendrá dos componentes armónicas adicionales en el doble y triple de su frecuencia fundamental. Se usará como ejemplo la señal de energía eléctrica de 60 Hz con desplazamientos de frecuencia en el transcurso del tiempo de ±0.8% [55.2, 60, 64.8] Hz (máxima perturbación permitida por la CFE) [11, 12]. La señal se identificará como $x(n)$ una señal sinusoidal con su componente de frecuencia fundamental y sus componentes armónicos hasta de orden M (incluyendo la fundamental):

$$x(n) = \sum_{m=1}^{M} A_m\, sen[2\pi(mf)nT + \phi_m] + v(n) \quad (4)$$

donde:

- A_m es la amplitud de cada componente,
- mf es la frecuencia (Hz) de la m-ésima componente armónica,
- ϕ_m es el ángulo de fase de la m-ésima componente armónica,
- $v(n)$ es ruido Gaussiano blanco (AWGN, *Additive White Gaussian Noise*),
- n es el índice de tiempo discreto y
- T es el periodo de muestreo.

Utilizando los valores antes expuestos de frecuencia fundamental y armónicas, para F_s=600 Hz, en las simulaciones se aplicó la siguiente señal:

$$x(n) = sen[2\pi(0.1)n] + 0.5cos[(2\pi(0.92)n] - 0.25cos[2\pi(0.108)n] \quad (5)$$

El espectro en magnitud de $x(n)$ se muestra en la Fig. 4, la señal de 60 Hz y sus desplazamientos en frecuencia, 55.2 y 64.8 Hz, así como sus dos componentes armónicas adicionales en 120 y 180 Hz con sus respectivos desplazamientos, M=3.

Es visible la necesidad de tres filtros ranura para eliminar las tres componentes de frecuencia (60, 120 y 180 Hz).

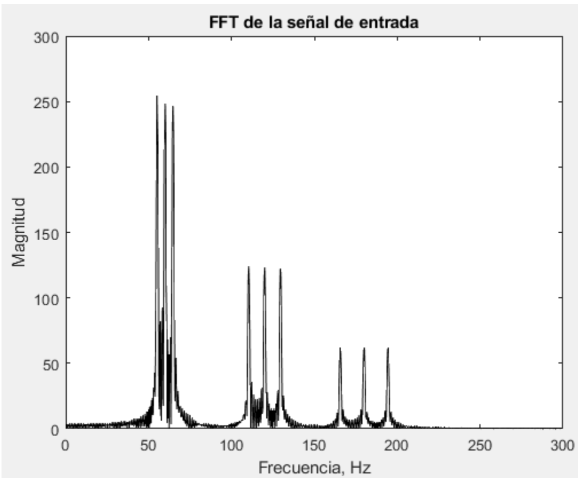

Figura 4. Espectro de frecuencia de $x(n)$.

En este caso, la frecuencia fundamental es conocida, sin embargo, no siempre es posible conocerla exactamente. El algoritmo LMS utilizado en el proceso adaptivo tiene como dato de entrada una frecuencia inicial, idealmente cercana a la frecuencia fundamental.

Para el cálculo de la frecuencia de inicio del algoritmo LMS se utilizó un esquema en base al valor MSE de la señal de salida de los filtros IIR ranura para los diferentes valores del ángulo θ en (1). Se aplica $x(n)$ al filtro IIR barriendo los valores de θ de $0 \leq \theta \leq \pi/M$ radianes, se registran las señales de salida del último filtro y del primero para obtener MSE y MSE1 respectivamente. El cálculo formal del MSE es mediante,

$$E[e^2(n)] = E[y_M^2(n)] = \frac{1}{2\pi j}\oint\left|\prod_{m=1}^{M}\frac{1-2z^{-1}\cos(m\theta)+z^{-2}}{1-2rz^{-1}\cos(m\theta)+r^2z^{-2}}\right|^2 \Phi_{xx}\frac{dz}{z} \tag{6}$$

donde Φ_{xx} es el espectro de potencia de la señal de entrada. La ecuación (6) es bastante compleja en su cálculo y el contar con Φ_{xx} es complicado ya que depende fuertemente del número de muestras que se usen para su cálculo, entre otros elementos. No perder de vista que con (6) se desea encontrar un mínimo local que nos defina la frecuencia fundamental.

En [1] se da la solución, es posible calcular el MSE como una aproximación de (6) para cada valor de θ a lo largo de su barrido aplicando

$$MSE = E[e^2(n,\theta)] \approx \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} y_M^2(n,\theta) \qquad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{M} \tag{7}$$

donde N es el número de muestras promediadas de la salida del filtro. El ciclo de frecuencia de barrido de θ estará dado por

$$F = \frac{\theta F_s}{2M} \tag{8}$$

donde F_s es la frecuencia de muestreo. Es posible que se encuentren varios mínimos globales a lo largo del barrido de θ, por tanto se calcula un segundo MSE de la señal de salida del primer filtro que corresponde al filtro de frecuencia fundamental para asegurar que se tiene detectada dicha frecuencia fundamental. Este segundo MSE es MSE1 [1],

$$MSE1 = E[e_1^2(n,\theta)] \approx \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} y_1^2(n,\theta) \qquad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{M}. \tag{9}$$

De acuerdo a [2], este primer filtro siempre tiene un mínimo local. Una vez que se establece la región de frecuencia del mínimo global, es posible definir un rango de captura de frecuencia más refinado dado por los cruces de MSE1 con MSE DC = media(MSE). En la Fig. 5 se muestran los valores calculados para MSE, MSE1 y MSE DC.

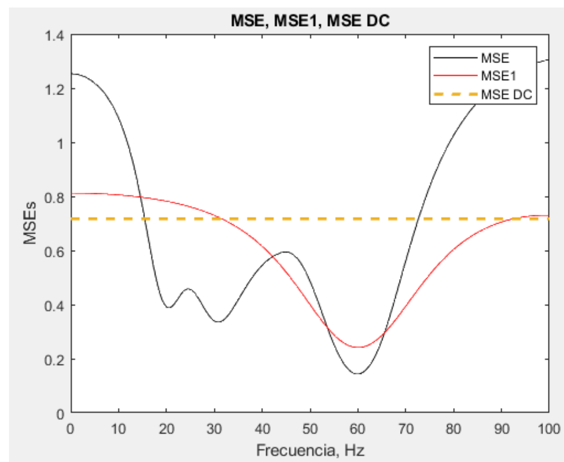

Figura 5. Registro de los valores de MSE, MSE1 y MSE DC.

En las gráficas de la Fig. 5 se confirma el valor de la frecuencia fundamental de 60 Hz como el mínimo local (en rojo) y se tienen otros tres mínimos globales (en negro). El rango de valores en donde se encuentra la frecuencia fundamental es de 30 a 90 Hz. Para F_s=600 Hz, la simulación en Matlab genera como salida:

```
Frecuencia fundamental inicial=60.1202 Hz
```

4. FILTRO IIR ADAPTIVO Y ALGORITMO LMS.

La señal $x(n)$ en (4) para M=3 alimenta a un filtro IIR adaptivo con tres etapas de 2º orden en cascada, se tiene entonces un filtro IIR peine (*comb*), Fig. 6.

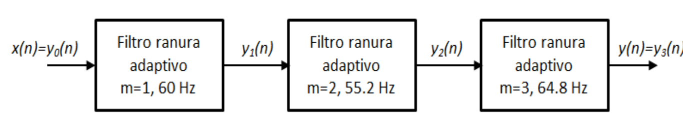

Figura 6. Sistema de filtros IIR ranura adaptivos, M=3.

Modificando (1) para indicar cada una de las M (m=1, 2, 3) componentes del sistema de filtros IIR tenemos,

$$H_m(z) = \frac{1 - 2z^{-1}\cos(m\theta) + z^{-2}}{1 - 2rz^{-1}\cos(m\theta) + r^2 z^{-2}} \quad (10)$$

Para el caso de las tres componentes armónicas, la función de transferencia del filtro "multiranura" será:

$$H(z) = \left[\frac{1 - 2z^{-1}\cos(\theta) + z^{-2}}{1 - 2rz^{-1}\cos(\theta) + r^2 z^{-2}}\right]\left[\frac{1 - 2z^{-1}\cos(2\theta) + z^{-2}}{1 - 2rz^{-1}\cos(2\theta) + r^2 z^{-2}}\right]\left[\frac{1 - 2z^{-1}\cos(3\theta) + z^{-2}}{1 - 2rz^{-1}\cos(3\theta) + r^2 z^{-2}}\right]$$

Generalizando (10) para M armónicos en cascada,

$$H(z) = \prod_{m=1}^{M} H_m(z) \quad (11)$$

Analizando entradas y salidas del filtro $H(z)$ en sus diferentes etapas, el filtro (10) en su forma temporal resulta en

$$\begin{aligned} y_m(n) = y_{m-1}(n) &- 2\cos(m\theta)\, y_{m-1}(n-1) \\ &+ y_{m-1}(n-2) \\ &+ 2r\cos(m\theta) y_m(n-1) \\ &- r^2 y_m(n-2) \end{aligned} \quad (12)$$

para la primera etapa, $x(n) = y_0(n)$.

4.1. El Algoritmo LMS.

De la función de transferencia del filtro IIR en (10), se tiene que el único elemento adaptivo es el argumento θ de las funciones trigonométricas. Entonces el algoritmo LMS se enfoca en el ajuste del valor de θ para la definición de los coeficientes de los filtros IIR.

Para detectar la frecuencia fundamental se va modificando el parámetro θ y así lograr su convergencia hacia esta frecuencia. Tener en cuenta que cuando θ ya convergió a la frecuencia fundamental, la salida del sistema será casi cero ya que los filtros ranura estarán actuando sobre la señal de entrada $x(n)$ y eliminando su respectiva componente armónica. Entonces, la señal de salida vista en la última etapa ($m = M$) será $y_M(n) \approx 0$ (o solo parte del ruido agregado).

Analizando la potencia de salida de la última etapa o filtro mediante el barrido de θ y aplicando un método de minimización de la potencia se logra detectar la frecuencia fundamental de la señal de entrada. El método de minimización utilizado evalúa la potencia esperada en la salida del sistema, esto es, evalúa $E[y_M^2(n)]$.

Ajustando el esquema general de filtros adaptivos (Fig. 7) la señal de salida del filtro $y_M(n)$ ahora será la señal de error del sistema, esto es, $e(n) = y_M(n)$ y esta señal de error se debe minimizar para que θ logre la convergencia que lleva al filtro a la frecuencia fundamental y sus armónicas.

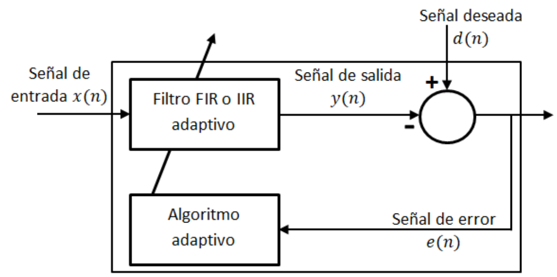

Figura 7. Forma general de un filtro adaptivo.

Una vez determinada la frecuencia fundamental o el coeficiente θ de inicio, se aplicará al algoritmo LMS para definir los coeficientes adaptivos del filtro IIR. El algoritmo LMS en este caso, se deriva aplicando los conceptos conocidos y explicados en la literatura de DSP y así llegar a la ecuación (13) representativa del algoritmo [7, 13, 14]:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \mathbf{x}(n) e(n). \quad (13)$$

donde $\mathbf{w}(n)$ es la variable a adaptar, μ es el factor de convergencia (*step size*) que determina la estabilidad y velocidad de convergencia del algoritmo, $\mathbf{x}(n)$ es la señal de entrada al filtro y $e(n)$ es el error o gradiente a minimizar.

Se debe adaptar (13) a las especificaciones del problema de seguimiento de frecuencia, específicamente el valor de $e(n)$. Se evalúa la derivada del MSE $e^2(n) = [y_M(n)]^2$ (el elemento a minimizar) y se iguala a cero el resultado para llegar a la definición del coeficiente adaptivo θ(n+1). En (13) $\mathbf{w}(n+1)$ corresponde a $\theta(n+1)$. Realizando el trabajo algebraico se llega a la ecuación equivalente para el seguimiento de frecuencia:

$$\theta(n+1) = \theta(n) - 2\mu y_M(n) g_M(n) \quad (14)$$

donde, $y_M(n)$ es la señal de salida del último filtro y $g_M(n)$ es la función de gradiente. Para el filtro de la etapa m la función de gradiente es,

$$g_m(n) = \frac{\partial y_m(n)}{\partial \theta(n)} \quad (15)$$

Las condiciones iniciales o la entrada al sistema de filtros del gradiente serán iguales a cero,

$$g_0(n) = \frac{\partial y_0(n)}{\partial \theta(n)} = \frac{\partial x(n)}{\partial \theta(n)} = 0. \quad (16)$$

Aplicando la derivada parcial a la ecuación de salida del filtro IIR de segundo orden (12) se tendrá la definición del gradiente (3.13),

$$\begin{aligned} g_m(n) = g_{m-1}(n) &- 2\cos[m\theta(n)]\, g_{m-1}(n-1) \\ &+ 2m\, sen[m\theta(n)] y_{m-1}(n-1) \\ &+ g_{m-1}(n-2) \\ &+ 2r\cos[m\theta(n)] g_m(n-1) \\ &- r^2 g_m(n-2) \\ &- 2rm\, sen[m\theta(n)] y_m(n-1) \end{aligned} \quad (17)$$

Para el primer filtro del sistema $(m = 1)$, $g_0(n) = g_0(n-1) = g_0(n-2) = 0$.
Iterando (14) se arriba al valor de θ correspondiente a la frecuencia fundamental de $x(n)$ y sus componentes armónicas, los filtros IIR ranura estarán sintonizados.

4.2. Análisis Experimental.

Utilizando los datos relacionados con la interferencia de la línea eléctrica presentados en la sección 3, se describe a continuación el desarrollo experimental de los conceptos descritos en el presente artículo.
La aplicación del algoritmo LMS para definir los coeficientes del filtro IIR ranura adaptivo implica que la señal de entrada deberá estar eliminada a la salida de la tercera etapa del filtro. En la Fig. 8, se muestra la señal de entrada $x(n)$ y salida $y_3(n)$ del filtro ejemplo, note el cambio progresivo al ir pasando por las tres etapas del filtro adaptivo, cada etapa tiene 500 muestras de la señal. La señal de salida en última etapa $(m = 3)$ es nula en la mayoría de sus 500 muestras, lo cual indica un correcto funcionamiento del filtro.

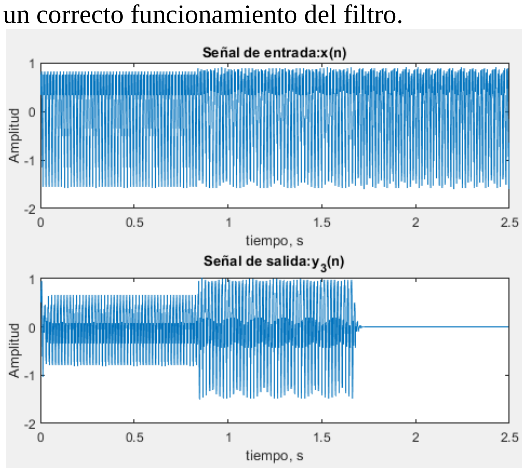

Figura 8. Señales de entrada y salida del filtro IIR adaptivo.

La última sección de $x(n)$ es la correspondiente a la frecuencia fundamental de 64.8 Hz y el filtro adaptivo estará "adaptado" a esta frecuencia así como sus dos armónicas relacionadas. En la Fig. 9 se muestra la respuesta a la frecuencia del tercer filtro IIR, las tres ranuras, de la frecuencia fundamental y las armónica relacionadas (64.8, 129.6 y 194.4 Hz).

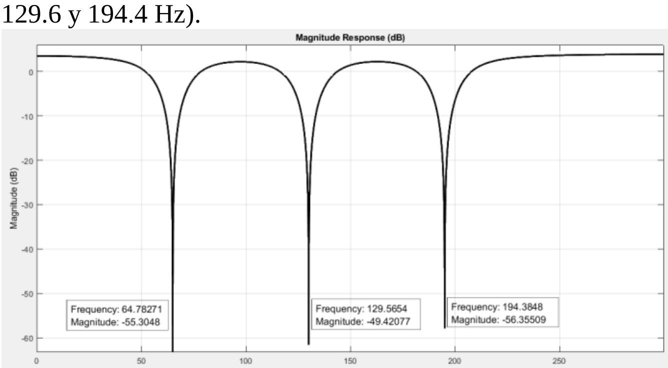

Figura 9. Respuesta a la frecuencia del filtro IIR adaptivo cuando la frecuencia fundamental de la señal de entrada es de 64.8 Hz.

En la Fig. 10, se muestra el seguimiento de frecuencia del filtro IIR adaptivo a los cambios de frecuencia fundamental, existen sobreimpulsos en cada cambio de frecuencia fundamental.

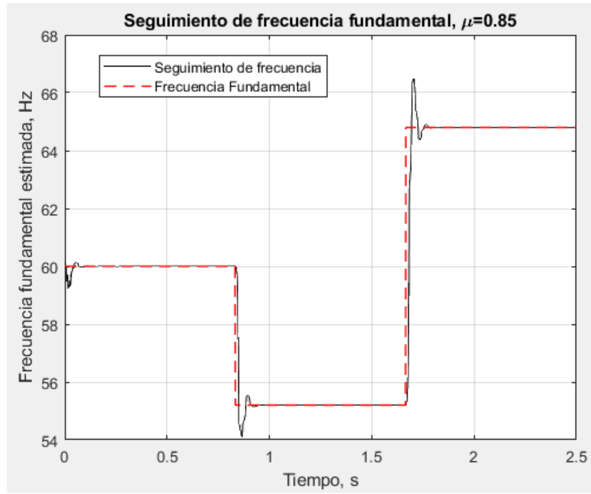

Figura 10. Seguimiento de frecuencia fundamental en la señal de entrada.

Se adicionó ruido blanco Gaussiano a la señal $x(n)$ limitando la SNR a 18 dB. El ruido reducido se presenta en la señal de salida y se refleja en el trabajo del algoritmo adaptivo al dar seguimiento a la frecuencia, Fig. 11. A pesar del ruido, el seguimiento de frecuencia se mantiene.

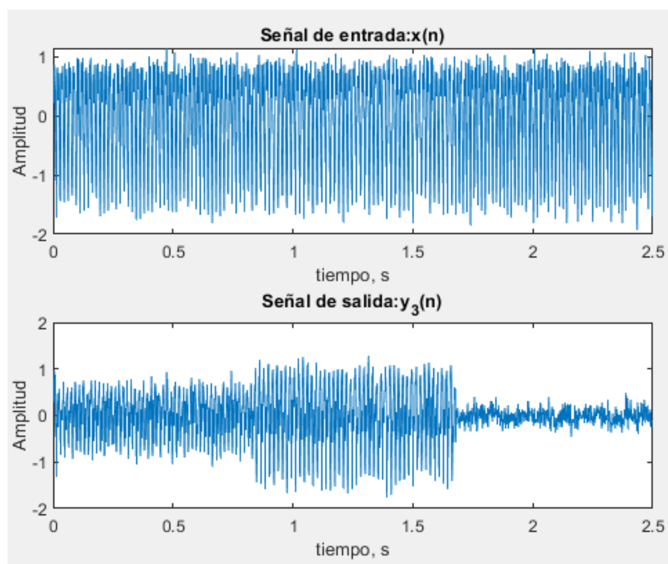

Figura 11. Señales de entrada y salida del filtro IIR adaptivo.

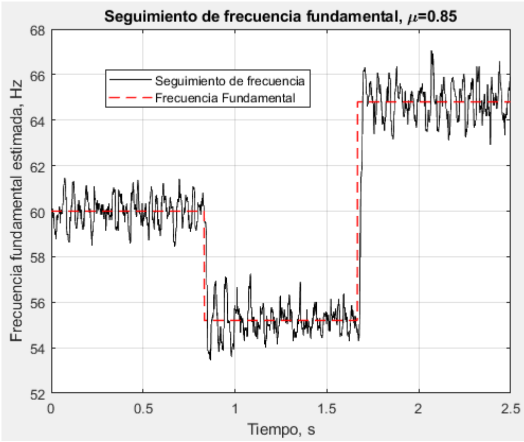

Figura 12. Seguimiento de frecuencia fundamental en la señal de entrada con ruido, SNR=18 dB.

5. CONCLUSIONES

El método de seguimiento de frecuencia fundamental y sus armónicas en base a filtros IIR ranura adaptivos funciona correctamente eliminando las componentes de frecuencia no deseadas. El adecuado funcionamiento adaptivo del método en base al algoritmo LMS depende de la combinación de los valores seleccionados para los parámetros de μ (factor de convergencia), F_s (frecuencia de muestreo), r (distancia de polos al origen) y N (número de muestras de salida) promediadas.

El método es adaptivo, en tiempo real y en base a muestras arribando, para cada muestra entrante el valor de frecuencia se actualiza. El método de seguimiento de frecuencia es un proceso realizado totalmente en el dominio del tiempo, tiene una complejidad baja de cómputo y es flexible para su aplicación en diversas aplicaciones.

REFERENCIAS.

[1] Yuan Y., Qing M., Liang H., "Average Plain Gradient Based Indirect Frequency Estimation Using Adaptive Notch Filter," IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (CCECE), London, ON., Canadá, Ago. - Sep., 2020.

[2] Deepak Kumar V., Niranjana V., Kanishk S. y Malaya Kumar H., "Cascaded Multi Notch IIR filter to remove odd noise harmonics," IEEE Intl. Conference on Systems, Computation, Automation and Networking (ISCAN), Pondichery, India, julio 2020.

[3] Li Tan, Jean Jiang, y Liangmo Wang, "Adaptive Harmonic IIR Notch Filter with Varying Notch Bandwidth and Convergence," Journal of Communication and Computer, Vol. 11, 2014, pp. 484-491.

[4] L. Tan, J. Jiang, L. Wang, "Adaptive Harmonic IIR Notch Filters for Frequency Estimation and Tracking," InTech, Chapter 13: Adaptive Filtering, ISBN: 978-953-307-158-9, 2011, pp. 313-332.

[5] Li Tan y Jean Jiang, "Simplified Gradient Adaptive Harmonic IIR Notch Filter for Frequency Estimation and Tracking," American Journal of Signal Processing, Vol. 5 (1), 2015, pp. 6-12.

[6] Yegui Xiao, "Tracking Analysis of a Gradient-Based Adaptive IIR Notch Filter with Constrained Poles and Zeros," IEEE 10th European Signal Processing Conference, EUSIPCO 2000, Tampere, Finlandia, Sep. 2000, pp. 1-4.

[7] Li Tan, "Digital Signal Processing, Fundamentals and Applications," Elsevier - Academic Press, 2008.

[8] Ng T.S. y Chicharo J.F., "IIR Notch Filtering - Comparisons of Four Adaptive Algorithms for Frequency Estimation," Proc. IEEE International Symposium of Circuits and Systems, ISCAS, Seattle, WA, abril 1995, pp. 865-868.

[9] M. Kusljevic, J. Tomic, L. Jovanovic, “Frequency estimation of three-phase power system using weighted-least-square algorithm and adaptive FIR filtering,” IEEE Trans. on Instrum. Meas., Vol. 59, No 2, Feb. 2010, pp. 322-329.

[10] Ornelas-Tellez F., Rico-Melgoza J.J., Morfin-Magana R., y Ramos-Paz S., "Optimal Dynamic Harmonic Extraction and Suppression in Power Conditioning Applications," IEEE Trans. on Industrial Applications, Vol. 67, No. 9, Oct. 2019, pp. 7909-7918,.

[11] Syed Omer Gilani, Yasir Ilyas y Moshin Jamil, "Power Line Noise Removal From ECG Signals Using Notch, Band Stop and Adaptive Filters," IEEE Intl. Conference on Electronics, Information and Communication(ICEIC), Honolulu, HI., USA, enero 2018.

[12] CFE, Comisión Federal de Electricidad, "Calidad de la Energía: Características y Límites de las Perturbaciones Eléctricas," Guía CFE L0000-70, 23 Feb. 2012.

[13] Proakis J. G., y Manolakis D. G., "Tratamiento Digital de Señales," 4ª Ed., Pearson, Prentice Hall, 2007.

[14] Kuo Sen M., Lee Bob H. y Tian Wenshun, "Real-Time Digital Signal Processing: Fundamentals, Implementations and Applications," 3rd Ed., Wiley, 2013.